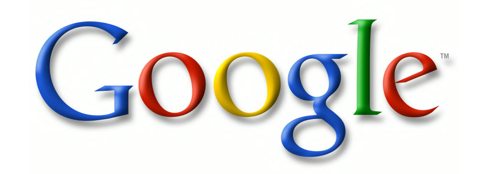
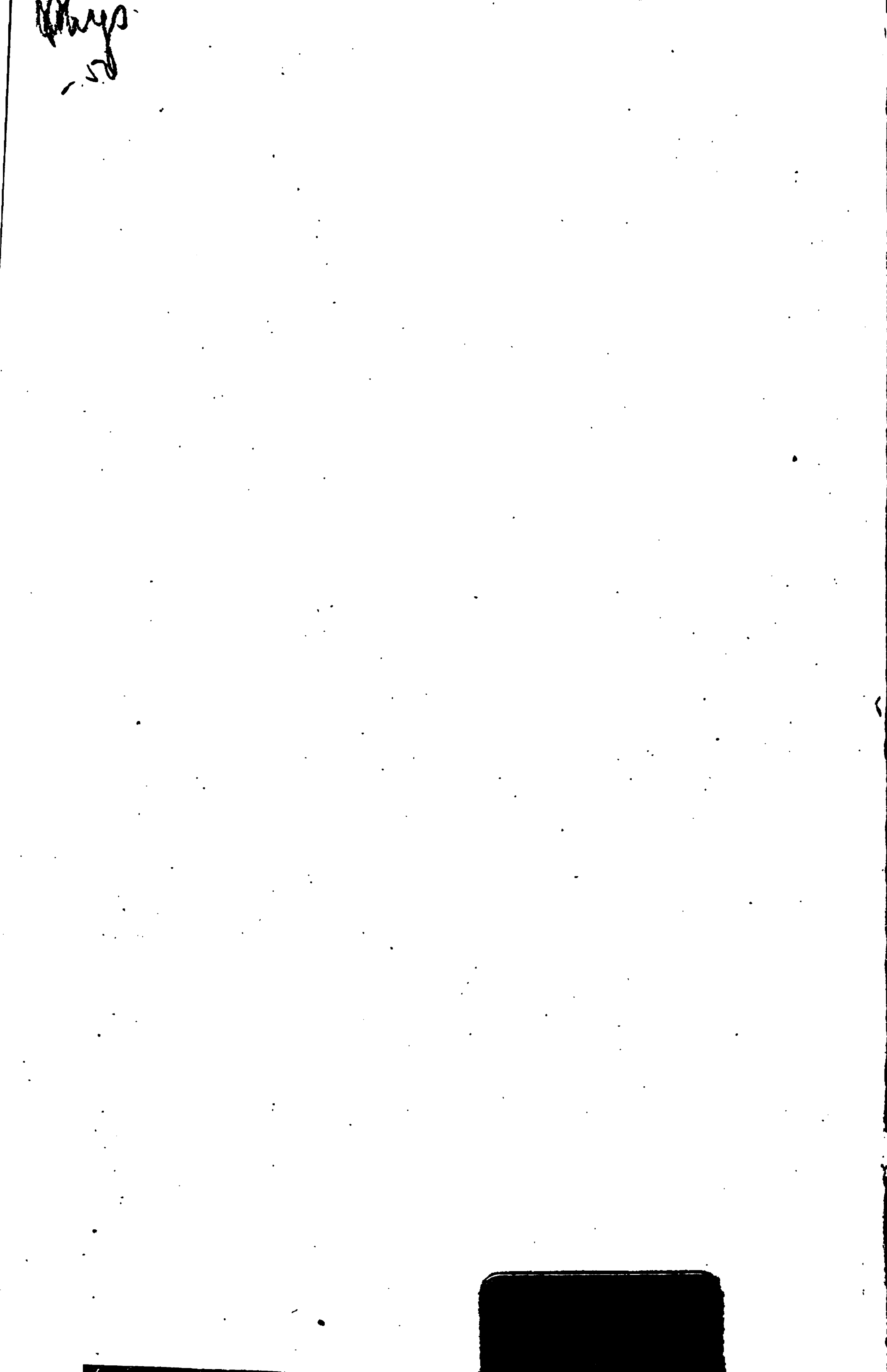



QC
39
H97
1880
ENG





PHYSIKALISCHE BEGRIFFE

UND

ABSOLUTE MAASSE.

VON

DR. HERMANN HERWIG,

ORD. PROFESSOR AN DER GROSSHERZOGLICHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZU DARMSTADT.



LEIPZIG,
VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1880.

Druck von B. G. Teubner in Dresden.

Vorwort.

Die vorliegende Schrift soll zunächst solchen Studirenden, welche sich mit der Physik etwas genauer zu befassen haben, also namentlich den Lehramtscandidaten mathematisch-naturwissenschaftlicher Richtung, die Ausgangspunkte für strengere wissenschaftliche Untersuchungen und Berechnungen im Gebiete der Physik liefern. Zu diesem Zwecke sind nicht blos für alle wichtigen physikalischen Begriffe die Beziehungen zu den Grundbegriffen der Bewegung und die daraus folgenden absoluten Messungen angegeben, sondern es ist im Zusammenhange damit auch eine einheitliche kinetische Darstellungsweise der Physik überhaupt kurz skizzirt.

Die Benutzung der Schrift wird besonders leicht werden, wenn in der vorangegangen gedachten Vorlesung über Experimentalphysik schon die Anfänge derselben Methode zum Ausdruck gebracht wurden, wie ich es seit einigen Jahren in stets gesteigertem Maasse und mit sichtlich stets gesteigerter Dankbarkeit von Seiten gerade der besseren Studirenden thue. Natürlich muss dabei aus didaktischen Gründen vorsichtig vorgegangen werden, da die für eine erste Vorlesung an der Hochschule mitgebrachten Vorkenntnisse der Studirenden auf einem ganz andern Boden zu stehen pflegen; erfährt doch die Physik überhaupt häufig noch eine von dem hier angestrebten Ziele ganz abweichende Darstellungsweise, die durch ihre bunte Mannichfaltigkeit indessen nur zu leicht Verwirrungen zur Folge haben kann. So habe ich in meiner Hauptvorlesung bis jetzt, um

einerseits nicht gleich von vornherein zu sehr von dem Gewohnten abzuweichen und andererseits doch den einheitlichen Zusammenhang des Ganzen zu wahren, für die Wärmelehre nur die ersten Andeutungen des absoluten Messens gegeben und ebenso für die Elektricitätslehre nur die magnetische absolute Messung der allerwichtigsten Grössen behandelt, weiteres dagegen aus diesen Capiteln erst in einer Specialvorlesung für die Lehramtscandidaten gebracht. Von Studirenden, die in dieser Weise die Hauptvorlesung absolvirt haben, soll dann nach meiner Absicht das vorliegende Werkchen, als ein erster Abschluss aller so angedeuteten Gegenstände, in die Hand genommen werden und zu einer tiefer eindringenden Repetition Anlass bieten.

Sollten übrigens Studirende auch aus der ersten Vorlesung noch gar keine Andeutungen über diese Gegenstände mitgebracht haben, so glaube ich doch, dass sie sich sehr leicht in die Schrift einarbeiten werden, wenn sie nur über die Elemente der Mechanik einigermaassen scharfe Vorstellungen gewonnen haben. Und nothwendig wird ja die Vertrautheit mit dem absoluten Messen für jeden Studirenden, der dahin kommt, Originalarbeiten lesen zu müssen, da in denselben sich diese strengere einheitliche Methode von Jahr zu Jahr mehr einbürgert.

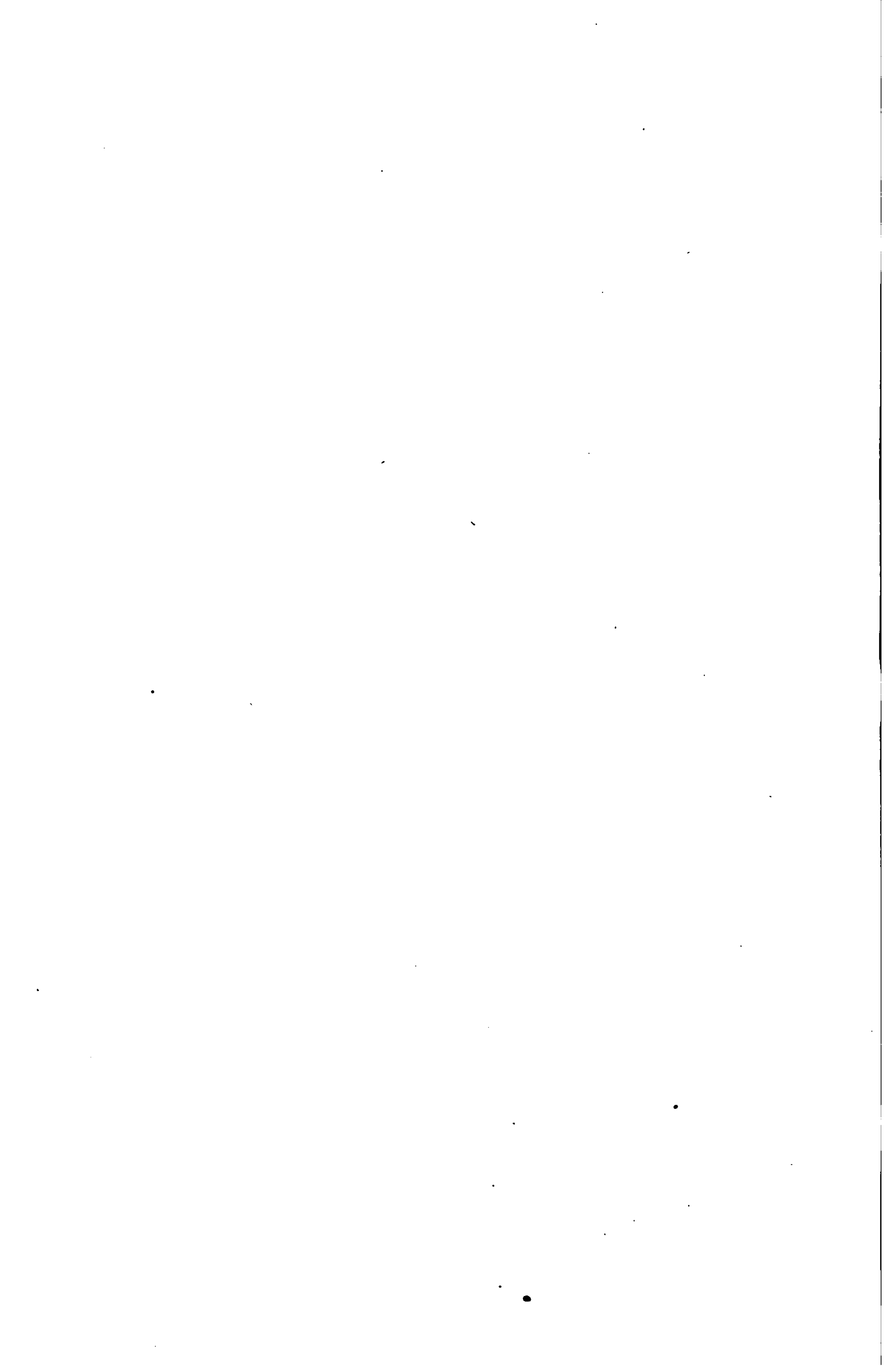
Wenn zunächst auch nur für weiter fortschreitende Studirende bestimmt, dürfte die Schrift doch vielleicht in physikalischen Kreisen überhaupt brauchbar befunden werden, da es in unserer Literatur an einer zusammenstellenden Durchführung des absoluten Maasssystems für das Gesammtgebiet der Physik noch fehlt, diese Methode vielmehr grossentheils nur zerstreut in den Abhandlungen und für einige Punkte überhaupt noch kaum Anwendung gefunden hat und höchstens für ein einzelnes Gebiet in Speciallehrbüchern zusammenhängend dargestellt ist. Nimmt man dazu, dass noch in der neuesten Zeit in Abhandlungen vortrefflicher Physiker mitunter Unsicherheiten über

diese Dinge anzutreffen sind, so könnte, meine ich, die kleine schnell zu übersehende Schrift zum bequemen Orientiren nur erwünscht sein.

Bei dem durch das Vorstehende angedeuteten Zweck meiner Schrift, die wesentlich eine Methode liefern soll, hielt ich es nicht für nöthig, irgend welche Literaturangaben in dieselbe aufzunehmen, namentlich auch nicht bei den angeführten Zahlenbeispielen, die indessen möglichst den besten neueren Untersuchungen entnommen sind. Ebensowenig erschien es nöthig, in jedem Falle mehr als ein Beispiel zu geben, da es für Jeden, der sich im Besitze eines bessern Compendiums der Physik befindet, leicht sein wird, nach den mitgetheilten Beispielen für alle andern Fälle die absoluten Maassangaben selbst zu finden. Die Zahlenbeispiele habe ich durchweg doppelt angegeben, einmal in den Einheiten „Milligramm, Millimeter, Secunde", wie sie namentlich von den deutschen Physikern im Gebiete der Elektricität benutzt zu werden pflegen, und dann in den englischerseits am meisten benutzten Einheiten „Gramm, Centimeter, Secunde".

Darmstadt, Februar 1880.

Der Verfasser.



Inhalt.

Einleitung.

§ 1. Aufgabe der Physik.

Die Naturerscheinungen, deren Erklärung der Physik obliegt, sind Bewegungserscheinungen. Eine Bewegungserscheinung ist vollständig erklärt und damit die Aufgabe der Physik in diesem Punkte vollständig erfüllt, wenn bei derselben alles Bewegte und der Charakter aller Bewegungen quantitativ genau bekannt ist.

Ein bestimmtes Quantum von Bewegtem wird Masse genannt. Massen werden bestimmt und mit einander verglichen durch Gewichte.

Der Charakter einer Bewegung ist quantitativ durch räumliche und zeitliche Verhältnisse bestimmt. Das Element aller räumlichen Verhältnisse ist eine Länge.

§ 2. Fundamentale und abgeleitete Begriffe; Zahlen.

Nach dem Vorstehenden liegen allen Betrachtungen der Physik drei fundamentale Begriffe zu Grunde: 1. Masse oder Gewicht, 2. Länge, 3. Zeit.

Diese Begriffe sind in solchem Masse elementar, dass sie keiner eigentlichen Definition fähig, vielmehr ohne Weiteres verständlich sind.

Alle anderen in der Physik vorkommenden Begriffe müssen schliesslich auf diese fundamentalen Begriffe zurückführbar sein und werden deshalb als abgeleitete Begriffe angesehen. Die Aufgabe der Physik erfordert es zunächst, den Zusammenhang der abgeleiteten Begriffe mit den fundamentalen Begriffen festzustellen.

Ausser mit Begriffen operirt die Physik noch mit Zahlen, deren Bedeutung ebenfalls nicht weiter definirt zu werden braucht.

§ 3. Absolutes Maass.

In irgend welchen quantitativen physikalischen Angaben oder, wie man auch sagt, in dem Ausdrucke für physikalische Grössen können somit, falls die physikalische Betrachtung hierbei ihr Ziel erreicht hat, nur vorkommen: Zahlen und die Einheiten der drei fundamentalen Begriffe.

Ist eine Angabe in dieser Weise beschaffen, so sagt man, sie sei im absoluten Maasse gemacht.

§ 4. Einheiten der fundamentalen Begriffe.

Die Einheiten der fundamentalen Begriffe sind:

1. für die Massen das Gramm (g) mit irgend einer Potenz von 10 multiplicirt;
2. für die Längen das Meter (m) mit irgend einer Potenz von 10 multiplicirt;
3. für die Zeiten meistens die Secunde (sec).

Es können also z. B. als Einheit für die Massen verwerthet werden das Gramm selbst oder das Milligramm (mg) $= 10^{-3}$ g oder das Kilogramm (kg) $= 10^{3}$ g; ebenso als Einheit für die Längen das Millimeter (mm) $= 10^{-3}$ m u. s. f. Ganz ausnahmsweise in physikalischen Angaben werden die Zeiten auch wohl, anstatt nach Secunden selbst, nach den bekannten Vielfachen der Secunde, nach Minuten oder Stunden gerechnet. Ueber all' dieses bedarf es in jedem Falle einer besonderen Bemerkung.

Die angeführten Einheiten sind durch in der Natur selbst vorkommende unveränderliche Werthe leicht zu controliren. Das Gramm ist die Masse eines Cubikcentimeters Wasser von 4^0 Celsius. Das Meter ist (wenigstens nahezu) der 10 000 000te Theil von der Länge des Erdquadranten. Die Secunde ist in der bekannten Weise mit der Umlaufszeit der Erde um ihre eigene Axe verknüpft.

Mit Rücksicht auf den Umstand, dass die Einheit der Masse durch die einen bestimmten Raum erfüllende Masse einer bestimmten Substanz gegeben ist, verdienen diejenigen Zusammenstellungen der Einheiten zu einem absoluten Maasssystem den Vorzug, welche in der Längeneinheit zugleich die für die Raum-

bestimmung bei der Masseneinheit benutzte Länge annehmen. So verdient ein System „mg mm sec" oder ein System „g cm sec" den Vorzug vor etwa dem System „g m sec".

§ 5. Dimensionen.

Man kann den Zusammenhang der abgeleiteten Begriffe mit den fundamentalen Begriffen darstellen durch das Product aus gewissen Potenzen einer Masse, einer Länge und einer Zeit. Dieses Product heisst die Dimension des abgeleiteten Begriffes. Im Folgenden soll in diesem Product eine Masse mit M, eine Länge mit L und eine Zeit mit T bezeichnet werden, so dass mit den drei Exponenten x, y, z eine Dimension in der Form

$$M^x L^y T^z$$

geschrieben wird.

Um irgend eine Werthangabe in absolutem Maasse für einen abgeleiteten Begriff zu machen oder um irgend eine physikalische Grösse absolut auszudrücken, ist also nach dem Obigen eine Zahlenangabe, die Dimensionsangabe und die Angabe der gewählten Einheiten für Masse, Länge und Zeit erforderlich. Die beiden letzteren Punkte lassen sich dahin vereinigen, dass in der Dimensionsangabe anstatt des allgemeinen M, L und T die gewählten Einheiten geschrieben werden. Eine absolute Werthangabe wird danach, wenn n eine Zahl bedeutet, beispielsweise im „Gramm-Centimeter-Secunde"-System die Form haben:

$$n \,.\, g^x\, cm^y\, sec^z\,.$$

Selbstverständlich ist die Einheit für einen abgeleiteten Begriff gleich der mit den fundamentalen Einheiten geschriebenen Dimension des abgeleiteten Begriffes. Hieraus geht hervor, dass die Zahl n einer Werthangabe, wenn die M-Einheit, die L-Einheit und die T-Einheit in den Verhältnissen k, k_1 und k_2 grösser gewählt werden, in dem Verhältnisse

$$k^{-x}\, k_1^{-y}\, k_2^{-z}$$

grösser ausfallen muss.

Zugleich ist hiermit klar, dass die Dimensionsangabe nicht die absurde Operation eines Multiplicirens mehrerer benannten

Grössen bedeutet, sondern dass darin eigentlich die zugehörigen Werthe multiplicirt werden.

In der Dimension eines physikalischen Begriffes, ganz allgemein genommen, können einer oder mehrere der fundamentalen Begriffe ganz fehlen, d. h. ihr Zeichen mit dem Exponenten Null vorkommen. So ist in der Dimension eines fundamentalen Begriffes selbst und aller nur von ihm abhängigen Begriffe der Exponent für die beiden anderen Zeichen Null. Ist der Exponent aller drei Zeichen M, L, T Null, so löst sich der Begriff in seiner Bedeutung als eine blose Zahl auf. Solche Zahlen würden aus nicht speciell physikalischem Gebiete, aber doch dort häufig vorkommend, z. B. die Zahl π sein, ferner die trigonometrischen Functionen, ebenso ein Winkel $\left(= \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Radiuslänge}}\right.$, also $\frac{\pi}{2}$ für 90^0, nach welchem Maasse und nicht nach Graden ein Winkel im Geiste der hier durchgeführten Betrachtungen gerechnet werden muss). Aber auch speciell physikalische Begriffe dieser Art giebt es, z. B. die specifische Wärme einer Substanz in der gewöhnlich genommenen Bedeutung, die als blose Zahl zu behandeln ist (vergl. § 38).

Als sehr wichtig für physikalische Betrachtungen ist noch hervorzuheben, dass in jeder zwischen physikalischen Grössen aufgestellten Gleichung die Dimensionen für alle neben einander vorkommenden Summanden dieselben sein müssen. Ebenso haben die Differentiale der Grössen dieselben Dimensionen, wie die Grössen selbst.

Im Folgenden sollen die wichtigsten Begriffe der fünf hauptsächlich unterschiedenen Gebiete der Physik nach den vorstehenden Gesichtspunkten behandelt werden. Dabei sollen in den vorbereitenden Formeln und Berechnungen Masse, Länge und Zeit in der Regel durch die hierfür reservirten kleinen Buchstaben m, l, t bezeichnet werden, während die grossen Buchstaben M, L, T dem Obigen nach nur in die Dimensionsangaben selbst eintreten und sonst durchaus keine Verwendung finden sollen.

Erstes Capitel.

Mechanik.

§ 6. Geschwindigkeit.

Eine Geschwindigkeit c ist definirt durch das Verhältniss einer Länge l zu einer Zeit t, also, je nachdem Constanz oder Veränderlichkeit der Geschwindigkeit vorliegt, durch die Formeln

$$c = \frac{l}{t} \text{ oder } c = \frac{dl}{dt}.$$

Die Dimension der Geschwindigkeit ist damit direct gegeben als

$$(dim\, c) = L T^{-1}.$$

Die Werthangabe für irgend eine bestimmte Geschwindigkeit würde also etwa lauten

$$c = n\,.\,m\, sec^{-1}.$$

In Worten drückt man das so aus, dass man sagt, die Geschwindigkeit betrage n Meter per Secunde, indem durch „per" in diesem Falle, wie in allen ähnlichen, die Division angedeutet wird.

§ 7. Beschleunigung.

Unter Beschleunigung versteht man einen Geschwindigkeitszuwachs bezogen auf eine gewisse Zeit. Eine Beschleunigung a ist also definirt durch das Verhältniss einer Geschwindigkeit zu einer Zeit, d. h. durch die Formeln

$$a = \frac{c}{t} \text{ oder } a = \frac{dc}{dt}.$$

Sie kann bei einer Bewegung von Zeitpunkt zu Zeitpunkt veränderlich sein und hat alsdann der Differentialquotient $\frac{dc}{dt}$ oder, was nach dem vorigen Paragraph dasselbe ist, $\frac{d^2 l}{dt^2}$ einen von t abhängigen Werth.

Dem Vorstehenden nach gilt für die Dimension der Beschleunigung

$$(dim\, a) = \left(dim\, \frac{c}{t}\right) = L T^{-2}.$$

§ 8. Kraft.

Wird eine Masse m mit der Beschleunigung a versehen, so nennt man das Product ma die wirksame **Kraft** für die Bewegung der Masse m. Für irgend eine Bewegung der Masse m ist danach die Kraft, in derselben Weise veränderlich, in welcher etwa die Beschleunigung a veränderlich ist.

Die Dimension einer Kraft f ist durch ihre Definition gegeben als

$$(dim\, f) = (dim\, m a) = M L T^{-2}.$$

Der Begriff der Kraft ist hiernach ein entschieden abgeleiteter, erst aus bestimmten Bewegungsverhältnissen folgender Begriff und kann durchaus nicht den fundamentalen Begriffen „Masse, Länge und Zeit“ an die Seite gestellt werden. Darüber wird später noch weiter die Rede sein (vergl. § 22).

§ 9. Intendirte Beschleunigung.

Man spricht häufig von Beschleunigungen und (unter Berücksichtigung der Massen) von den dazu gehörigen Kräften auch in Fällen, wo thatsächlich keine entsprechende Bewegung stattfindet. Dann müssen bei den betrachteten Problemen aber auch noch ebenso andere Beschleunigungen und Kräfte vorkommen, welche den besprochenen entgegen gerichtet sind, so dass im Ganzen Compensation der beiderseitigen Beschleunigungen stattfindet. Man kann in einem solchen Falle ja die sämmtlichen Einflüsse (vergl. spätere Entwickelungen), unter denen die Massen stehen, sich getrennt denken in solche, unter deren alleiniger Geltung die eine Beschleunigung, und in solche, unter deren alleiniger Geltung die andere Beschleunigung thatsächlich stattfinden würde. Die so getrennt gedachten Beschleunigungen mögen präciser **intendirte Beschleunigungen** genannt werden. Das Wort „Kraft“ ohne weiteren Zusatz pflegt der Kürze des Ausdrucks halber sowohl für das Product

einer wirklichen Beschleunigung, als für das einer intendirten Beschleunigung in eine Masse gebraucht zu werden.

§ 10. Bewegungsquantität und Impuls.

Das Product aus einer bewegten Masse und der Geschwindigkeit der Bewegung heisst Bewegungsquantität. Die Dimension der letzteren ist folglich

$$(dim\, mc) = MLT^{-1}.$$

Die Bewegungsquantität wird häufig zur Beurtheilung der Grösse einer Kraft in folgender Weise benutzt. Rührt die Geschwindigkeit c ausschliesslich von einer constanten Beschleunigung her, deren zugehörige, also gleichfalls constante Kraft f ist, und ist diese Beschleunigung während der ganzen Zeit t der Masse ertheilt, so ist

$$mc = ft.$$

In Uebereinstimmung mit dem in § 5 Bemerkten hat das Product ft dieselbe Dimension, wie mc.

Wird allgemeiner eine veränderliche Kraft f während der (deshalb unendlich klein zu nehmenden) Zeit dt für die Bewegung der Masse m in Betracht gezogen und ist durch die zugehörige ertheilte Beschleunigung eine Geschwindigkeitsänderung dc der Masse m erfolgt, so gilt für den augenblicklichen Werth der Kraft die Formel

$$m\, dc = f\, dt.$$

Hierin ist $m\, dc$ also die Zunahme der Bewegungsquantität.

Die Integration der letzten Gleichung zwischen zwei mit den Indices 1 und 2 bezeichneten Grenzzuständen liefert

$$m(c_2 - c_1) = \int_{t_1}^{t_2} f\, dt.$$

Das hier rechts stehende Integral wird der Impuls der Kraft f für die in Betracht gezogene Zeitdauer genannt und hat natürlich die Dimension der Bewegungsquantität.

§ 11. Arbeit.

Das Product einer Kraft in den Weg, durch welchen sie eine Masse bewegend fortgeführt hat, heisst die Arbeit der

Kraft für diesen Weg. Der Weg kann dabei natürlich nur in der Richtung angerechnet werden, worin die zu der Kraft gehörige Beschleunigung fällt; alle Abweichungen von dieser Richtung, welche die bewegte Masse etwa in Folge anderweitiger Einflüsse gleichzeitig durchläuft, zählen nicht mit.

Die Dimension der Arbeit ist

$$(dim\, fl) = ML^2T^{-2}.$$

Während eine Arbeit mit positivem Vorzeichen, durch welche also eine Masse im Sinne einer in Betracht gezogenen Kraft bewegt ist, eine von der Kraft verrichtete Arbeit heisst, wird umgekehrt eine Arbeit mit negativem Vorzeichen, wobei also eine Masse (unter gleichzeitigem Mitwirken anderer Kräfte) entgegen dem Sinn der speciell betrachteten Kraft bewegt ist, eine von dieser Kraft erlittene Arbeit genannt.

Für die Arbeit einer veränderlichen Kraft würde das Integral $\int f\, dl$ angewandt werden.

§ 12. Energie.

Das halbe Product einer bewegten Masse in das Quadrat der augenblicklichen Bewegungsgeschwindigkeit heisst die augenblickliche wirkliche Energie der Masse. Ihre Dimension ist

$$(dim\, \tfrac{1}{2}\, m\, c^2) = ML^2T^{-2},$$

also übereinstimmend mit der Dimension der Arbeit.

Gelten für einen Anfangs- und für einen Endzustand die Indices 1 und 2, so ist der Ausdruck

$$\tfrac{1}{2}\, m\, (c_2{}^2 - c_1{}^2)$$

der Zuwachs an wirklicher Energie der bewegten Masse zwischen beiden Zuständen.

§ 13. Erhaltung der Energie.

Rührt der Zuwachs an Energie ausschliesslich von einer bestimmten (möglicherweise veränderlichen) Beschleunigung, resp. von der zugehörigen Kraft her, so gilt zunächst für die gewöhnlichen Bewegungserscheinungen der Mechanik das Gesetz, dass die Arbeit der Kraft für den zwischen den Zu-

ständen 1 und 2 liegenden Weg dem Energiezuwachs zwischen diesen Zuständen gleich ist, also

$$\frac{1}{2} m (c_2^2 - c_1^2) = \int_1^2 f\, dl.$$

Für eine constante Beschleunigung und für einen in deren Richtung gelegenen Gesammtweg l zwischen den Zuständen 1 und 2, wird das einfach zu

$$\frac{1}{2} m (c_2^2 - c_1^2) = fl.$$

Weitere Untersuchungen haben ergeben, dass bei allen bis jetzt genauer bekannten physikalischen Problemen dasselbe Gesetz gilt, wenn man nur bei jedem Probleme auf die Bewegungen sämmtlicher dabei betheiligten Massen Rücksicht nimmt, gleichgiltig sonst, von welcher Art diese Bewegungen seien.

Mit grosser Wahrscheinlichkeit ist demnach dieses Gesetz für das ganze Gebiet der physikalischen Erscheinungen, auch für die bis jetzt am wenigsten bekannten, giltig.

In dieser Allgemeingiltigkeit genommen enthält das Gesetz das Princip von der Erhaltung der Energie, welches dem Gesagten nach ein Princip von einem solchen Grade der Wahrscheinlichkeit ist, dass bisher noch keine Ausnahme davon constatirt wurde.

An späterer Stelle, bei dem ersten dahin einschlägigen Probleme, wird noch im Gegensatze zu der bisher besprochenen wirklichen Energie einer anderen Art von Energie, der potentiellen Energie, Erwähnung geschehen. Hält man den Unterschied zwischen diesen beiden Arten von Energie fest, so ist in dem allgemein giltig gedachten Princip von der Erhaltung der Energie an Stelle der wirklichen Energie die Summe von wirklicher und potentieller zu nehmen. Im Geiste der hier durchgeführten Betrachtungen wird es sich jedoch als nothwendig erweisen, auch die potentielle Energie strenggenommen als wirkliche Energie anzusehen. Damit fällt dann der Grund zu einer Unterscheidung zweier Energiearten fort und kann in dem Princip von der Erhaltung der Energie einfach von Energie ohne weiteres Beiwort gesprochen werden, wie oben schon vorläufig geschah.

§ 14. Endgiltige Erklärung der physikalischen Erscheinungen.

Das Princip von der Erhaltung der Energie bildet zusammen mit zwei anderen völlig unanfechtbaren Principien die geeignetste Grundlage für die endgiltige Erklärung der physikalischen Erscheinungen. Diese beiden andern Principien sind das der Trägheit der bewegten Massen und das der Undurchdringlichkeit der Massen.

Irgendwie bewegte Massen, die also allein das Substrat aller physikalischen Vorgänge ausmachen, bewegen sich hiernach ohne äussern Einfluss völlig gleichmässig fort. Ein äusserer Einfluss für eine solche Masse tritt ein, wenn eine andere Masse durch ihren Bewegungszustand zu derselben Zeit an denselben Ort im Raum geführt werden würde. Gemäss der Undurchdringlichkeit beider Massen ist alsdann eine Störung in ihren Bewegungen nothwendig und die hierbei stattfindenden Veränderungen werden in dem entscheidendsten Theil der Sache durch das Princip von der Erhaltung der Energie quantitativ bestimmt. Dieses Princip findet hier durchweg mindestens zweimal Anwendung. Im Allgemeinen wird die eine der betheiligten Massen einen Energieverlust bei dem Zusammentreffen erleiden. Nach einer ersten Anwendung des Princips ergiebt sich daraus für die zu dieser Bewegungsänderung gehörige Kraft (nach § 10 würde die Kraft, wenn etwa während der Dauer Δt des Zusammentreffens der Geschwindigkeitsverlust Δc eingetreten ist, durch die Gleichung $m \Delta c = f \Delta t$ gegeben sein) eine erlittene Arbeit von demselben Betrage. Diese erlittene Arbeit oder, wie man auch sagen kann, diese neu aufgetretene Arbeitsfähigkeit tritt nun sofort der zweiten Masse gegenüber in Wirksamkeit, so dass dort eine Arbeit von wiederum demselben Betrage verrichtet wird. Eine zweite Anwendung des Princips ergiebt demnach für die zweite Masse einen genau so grossen Gewinst an Energie, wie der Energieverlust der ersten Masse betrug. Es hat bei diesem Zusammentreffen also einfach durch Arbeit eine theilweise Uebertragung der Energie von der einen Masse auf die andere stattgefunden. Die gesammte Energie hat also keine Ver-

änderung erlitten, sie ist conservirt worden und daher erhielt das Princip seinen Namen.

Was hier in einem einfachen Falle für zwei Massen, die allein bei einer physikalischen Erscheinung in Betracht kommen sollten, ausgeführt ist, findet natürlich in entsprechender Weise auch bei complicirteren Erscheinungen statt, wo mannichfaltigere Austauschungen von Energien vor sich gehen können, aber die gesammte Energie constant bleibt.

Macht man die vorstehenden principiellen Voraussetzungen, so müssen sie naturgemäss eine hervorragende Rolle für die endgiltige Erklärung der physikalischen Vorgänge spielen, wie sie in § 1 angedeutet wurde. Danach beruhen die Vorgänge auf Veränderungen und Umsetzungen von Bewegungen und sind endgiltig erklärt, wenn man alles Bewegte und den Charakter jeder Bewegung zu Anfang und zu Ende des Vorganges genau kennt. In der That hat es sich nun für die allmähliche Gewinnung einer solchen Erklärung bei den am meisten bekannten Vorgängen von der allergrössten Fruchtbarkeit gezeigt, wenn man den Austausch der Energien zum Ausgangspunkt der Betrachtung nahm. Man wird deshalb auch bei den noch unbekannteren Erscheinungen möglichst dasselbe Betrachtungsverfahren einschlagen und das Princip von der Erhaltung der Energie möglichst für alle Erscheinungen gelten lassen.

§ 15. Winkelgeschwindigkeit einer Drehbewegung.

Ist die Bewegung eines in sich starr verbundenen Massencomplexes mit der Bedingung einer festbleibenden Axe verknüpft, so kann die Bewegung jedes Massenpunktes nur noch eine kreisförmige in einer Ebene normal zur Axe sein. Bei einer solchen Drehbewegung ist der von einem Massenpunkte in der kürzesten Entfernung r von der Drehaxe zurückgelegte Weg l gegeben durch

$$l = r\varphi,$$

wenn φ der zum Kreisbogen l gehörige Centriwinkel ist. Da φ nach § 5 in seiner Dimension eine blose Zahl ist, so ist diese Gleichung in Bezug auf die Dimensionen richtig.

φ wächst der Zeit t gegenüber im Allgemeinen in einem veränderlichen Maasse und nur für eine gleichförmige Drehbewegung in constantem Maasse. Man kann deshalb allgemein setzen

$$d\varphi = w\,dt.$$

Das hier vorkommende w heisst die Winkelgeschwindigkeit der Drehbewegung und ist veränderlich, sobald $\frac{d\varphi}{dt}$ veränderlich ist. Die Dimension der Winkelgeschwindigkeit ist, da φ und somit auch $d\varphi$ eine blose Zahl bedeutet,

$$(dim\,w) = T^{-1}.$$

Unter Einführung der Winkelgeschwindigkeit gilt für den obigen Weg l allgemein die Gleichung

$$dl = r\,w\,dt.$$

§ 16. Drehmoment.

Für die Drehbewegung ist zweierlei maassgebend. Erstens kommt es darauf an, welche Beschleunigungen die einzelnen Massentheile treffen. Für ein (sehr wenig ausgedehnt gedachtes) Massentheilchen heisst das Product aus der zu seiner (eventuell intendirten) Beschleunigung gehörigen Kraft in den kürzesten Abstand der Drehaxe von ihrer Richtung das Drehmoment der Kraft für die Drehbewegung. Dabei ist die Kraft als in der Drehebene des Massentheilchens gelegen vorausgesetzt, resp. es zählt für das Drehmoment nur die dort hineinfallende Componente der Kraft.

Die Dimension des Drehmoments D ist

$$(dim\,D) = (dim\,f\,l) = ML^2T^{-2}.$$

Das ist dieselbe Dimension, welche auch die Arbeit und die Energie haben.

§ 17. Trägheitsmoment.

Zweitens kommt es bei der Drehbewegung auf die Vertheilung der Massen gegenüber der Drehaxe an. Für ein Massentheilchen heisst das Product aus der Masse m in das Quadrat ihrer kürzesten Entfernung r von der Drehaxe das Trägheitsmoment der Masse für die Drehbewegung.

Die Dimension des Trägheitsmomentes K ist

$$(dim\,K) = (dim\,m\,r^2) = M\,L^2.$$

Eine Drehbewegung bleibt ungeändert, wenn Kräfte nach Maassgabe ihrer Drehmomente und Massen nach Maassgabe ihrer Trägheitsmomente beliebig ersetzt werden.

§ 18. Pendelbewegung.

Eine sehr wichtige Drehbewegung mit veränderlicher Winkelgeschwindigkeit ist die Pendelbewegung. Die hierbei vorkommenden Beschleunigungen sind variable Componenten derjenigen Beschleunigung g, welche eine an demselben Orte frei zur Erde hinfallende Masse erfährt (vergl. später § 21). Für so kleine Elongationen aus der verticalen Lage, dass die Beschleunigung jedesmal der momentanen Elongation proportional gesetzt werden darf, sind die Schwingungen des Pendels isochron. Die in diesem Falle also constante Schwingungsdauer τ (für einen Hin- oder Hergang zählend) ist bei einem aus einem einzigen Massentheilchen construirt gedachten Pendel

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

wo l die Pendellänge ist. Die Dimension des Ausdruckes rechts ist demnach, wie es verlangt werden muss, einfach eine Zeit (vergl. § 7).

Bei einem sogenannten physischen Pendel, welches einen ausgedehnten Massencomplex umfasst, gilt statt dessen für die Schwingungsdauer

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{\Sigma K}{\Sigma D}},$$

wobei den einzelnen Drehmomenten D die an den einzelnen Massen m wirkenden Kräfte $m\,g$ vollgerechnet zu Grunde liegen. Mit Berücksichtigung der in §§ 16 und 17 angegebenen Dimensionen für das Trägheitsmoment K und das Drehmoment D ist auch hier der Ausdruck rechts in seiner Dimension eine Zeit.

§ 19. Centripetalbeschleunigung.

Es erübrigt noch, die bei einer Drehbewegung bis jetzt einfach vorausgesetzte Bedingung einer festen Verbindung der

Massen mit der Drehaxe zu erläutern. Diese Verbindung repräsentirt einen bestimmten Einfluss auf die Bewegung jeder die Drehung vollführenden Masse, weil letztere von irgend einem Augenblicke an einflusslos gedacht tangential gleichmässig fortgehen würde. Um diesen Einfluss auszudrücken, muss man in jedem Zeittheilchen zu der alsdann schon vorhandenen Bewegung eine auf die Drehaxe gerichtete Centripetalbeschleunigung hinzurechnen, welche gross genug ist, diejenige Componente der Geschwindigkeit der trägen Masse, die während des gedachten Zeittheilchens radial auswärts führen würde, zu vernichten. Wird die genannte Geschwindigkeitscomponente mit c_1 bezeichnet, während c die volle Geschwindigkeit der Masse zu Beginn des betrachteten Zeittheilchens dt sein möge, so findet zwischen den Längen $dl_1 = c_1 dt$ und $dl = c\,dt$ die Beziehung

$$dl_1 = \frac{(dl)^2}{r}$$

statt, wenn r der Abstand der Masse von der Drehaxe ist. Somit ist

$$c_1 = \frac{c^2\,dt}{r}.$$

Die Centripetalbeschleunigung ist deshalb (vergl. § 10) durch den Werth $\frac{c^2}{r}$ oder, nach Einführung der Winkelgeschwindigkeit (§ 15), durch den Werth rw^2 gegeben, dessen Dimension natürlich die einer Beschleunigung ist.

Eine der Centripetalbeschleunigung gleiche, aber entgegengerichtete Beschleunigung, welche man Centrifugalbeschleunigung nennt, würde mit der thatsächlich stattfindenden Kreisbewegung zusammengenommen die einflusslose Tangentialbewegung ergeben.

Die durch Multiplication der Centripetalbeschleunigung mit der zugehörigen Masse m erhaltene Centripetalkraft ist ein Maass für die erforderliche Festigkeit der Verbindung der Masse mit der Drehaxe.

§ 20. Gravitationsconstante.

Die Untersuchung der Planetenbewegungen um die Sonne hat dahin geführt, eine zur Sonne hingerichtete Centripetal-

beschleunigung für die Planeten anzunehmen Der Werth dieser Beschleunigung für einen Planeten in der Entfernung r von der Sonne ist $\frac{const}{r^2}$ mit einer für alle Planeten gleichen Constanten. Die zugehörige Kraft kann nach dem vorigen Paragraphen als eine Verbindung des Planeten mit der Sonne angesehen werden.

Weitere Untersuchungen haben gezeigt, dass eine ebensolche Beschleunigung zwischen der Erde und dem Monde, dann zwischen der Erde und jeder ihr gegenüberstehenden Masse, sowie endlich zwischen je zwei einander gegenüberstehenden Massen anzunehmen ist. In den zuerst erwähnten Fällen trifft in Uebereinstimmung mit dem zuletzt Gesagten auch die Sonne, resp. die Erde eine solche Beschleunigung.

Hiernach ist allgemein zwischen den beiden sich in der Entfernung l gegenüberstehenden Massen m und m_1 eine Kraft anzunehmen, die sogenannte Gravitationskraft, deren Werth durch den Ausdruck

$$\gamma \cdot \frac{m m_1}{l^2}$$

repräsentirt ist. Für die Masse m resultirt daher eine Beschleunigung $\gamma \frac{m_1}{l^2}$ und für die Masse m_1 eine Beschleunigung $\gamma \frac{m}{l^2}$. Die hier eingeführte Constante γ heisst die Gravitationsconstante und hat die Dimension

$$(dim\, \gamma) = \left(dim \frac{\text{Kraft} \cdot l^2}{m m_1}\right) = M^{-1} L^3 T^{-2}.$$

Sie besitzt in allen Fällen denselben Werth und zwar ist

$$\gamma = 65 \cdot 10^{-9}\, mg^{-1}\, mm^3\, sec^{-2}$$
$$= 65 \cdot 10^{-9}\, g^{-1}\, cm^3\, sec^{-2}.$$

Die durch die Gravitationskraft bewirkten Bewegungen sind im Sinne des § 14 erst zur Hälfte durch das Vorstehende erklärt. Es ist noch nicht ersichtlich, woher die in diesem Falle auftretende Bewegung zweier betrachteten Massen entnommen ist. Selbstverständlicherweise muss, wenn zwei distantielle Massen durch ihr bloses Gegenübergestelltsein eine Beschleunigung zu einander hin erfahren, noch eine dritte bis zu jenen beiden hinreichende Masse angenommen werden, welche mit ihrer Bewegung hierbei betheiligt ist. Da nun die Gravitation

auch durch den Weltenraum wirkt und man in diesem mit grosser Wahrscheinlichkeit nur eine besondere Substanz, den Lichtäther, kennt (vergl. das vierte Capitel über Optik), so liegt es nahe, diesen Lichtäther als die dritte betheiligte Masse anzusehen. Danach würde, so oft die Gravitation zu einer wirklichen Beschleunigung der gewöhnlichen Massen führt, Energie aus dem Lichtäther in die gewöhnlichen Massen übergehen. Wie das indessen im Einzelnen geschieht und welche Bewegungen vor dieser Uebertragung beim Lichtäther selbst anzunehmen sind, darüber giebt es zwar namentlich in neuester Zeit mehrfache Hypothesen, die jedoch sämmtlich mehr oder minder grosse Schwierigkeiten darbieten und sich noch keine allgemeinere Anerkennung zu verschaffen gewusst haben.

Im § 13 wurde als eine besondere Art von Energie die potentielle Energie genannt, zu deren Einführung die Gravitation die erste Gelegenheit darbietet. Geht man für zwei der Gravitation unterworfene Massen von einer Anfangslage mit der Entfernung l_0 zu einer Endlage mit der grösseren Entfernung l über, so hat die Gravitationskraft dadurch eine Arbeit erlitten. Wird dann später durch blosses Wirken der Gravitationskraft die Anfangslage wieder hergestellt, so verrichtet die Kraft dabei eine ebenso grosse Arbeit und wird folglich an derjenigen der beiden Massen, die etwa im Wesentlichen allein während der ganzen Vorgänge wirklich bewegt gedacht wird, einen gleichen Betrag von wirklicher Energie hervorbringen. Es ist nun leicht so einzurichten, dass für den ersten Theil des Vorganges die Arbeit einer bestimmten äusseren Kraft verbraucht wird. Diese Kraft hat dann also an der bewegten Masse keine Veränderung der wirklichen Energie hervorgerufen, sondern vielmehr in der Art gegen die Gravitationskraft gearbeitet, dass, wenn die Gravitationskraft die erlittene Arbeit umgekehrt wieder verrichtet, erst eine wirkliche Energievermehrung der Masse eintritt. Man sagt deshalb, die äussere Kraft habe durch ihre Arbeit eine potentielle Energievermehrung bewirkt.

Indessen würde hier nach dem Vorstehenden während des ersten Theiles des Processes eine wirkliche Energievermehrung des Lichtäthers hervorgerufen sein und somit in diesem Falle

die sogenannte potentielle Energie gleichbedeutend mit wirklicher Energie des Lichtäthers werden. Aehnlich verhält es sich in allen später noch zu besprechenden analogen Fällen. Danach würde man keinen principiellen Unterschied zwischen beiden Arten von Energie mehr aufrecht zu erhalten brauchen, wenn man nur bei einer Erscheinung alle dabei betheiligten Massen und ihre Bewegungen in der Rechnung berücksichtigen würde, wozu allerdings eine bessere, der Zukunft noch vorbehaltene Kenntniss dieser Fälle erforderlich wäre.

§ 21. Veränderlichkeit von g.

Die Gravitationskraft, welche eine Masse in der Nähe der Erdoberfläche von Seiten der Erdmasse trifft, wird speciell Schwerkraft genannt. Sie wird für eine Masse m mit mg bezeichnet, so dass g die Beschleunigung der Schwerkraft oder die Fallbeschleunigung ist. Nach dem vorigen Paragraph ist diese Beschleunigung abhängig von der Gravitationsconstanten, der Masse der Erde und der Entfernung der betrachteten Masse vom Centrum der Erde, worin für diesen Fall die Masse der Erde verlegt gedacht werden darf. Somit ist selbst im Niveau des Meeres die Fallbeschleunigung für verschiedene Erdorte verschieden, da die Erde keine Kugel, sondern ein Rotationsellipsoid ist und die Entfernung ihres Centrums vom Meeresniveau deshalb mit der geographischen Breite sich ändert. Dazu kommt, dass, wenn die äussere Masse an der Drehbewegung der Erde um ihre Axe mit theilnimmt, ein Theil der Schwerkraft für die Erhaltung der Verbindung mit der Drehaxe der Drehbewegung gegenüber in Anspruch genommen wird (§ 19) und für das Fallen der Masse zur Erde hin nicht mehr mitwirken kann. Von derjenigen Fallbeschleunigung, die ohne eine solche Drehung herrschen würde, ist also theilweise die zur Drehbewegung gehörige Centripetalbeschleunigung abzuziehen und letztere ist, als Function des Abstandes der Masse von der Drehaxe, gleichfalls von der geographischen Breite abhängig.

Mit Berücksichtigung dieser Umstände ist in der Höhe des Meeresniveaus

$$g = (9781 + 50 \sin^2 \varphi)\, mm \,.\, sec^{-2}$$
$$= (978{,}1 + 5 \sin^2 \varphi)\, cm \,.\, sec^{-2}$$

für einen Ort, dessen geographische Breite φ ist.

Die Schwerkraft für 1 mg ist also

$$(9781 + 50 \sin^2 \varphi)\, mg\, mm\, sec^{-2}$$

und die für 1 g

$$(978{,}1 + 5 \sin^2 \varphi)\, g\, cm\, sec^{-2}.$$

§ 22. Conventionelles Maasssystem.

Die Veränderlichkeit von g lässt es doppelt unzweckmässig erscheinen, wenn man, wie es häufig geschieht, unter Gewichten Schwerkräfte anstatt Massen versteht und deshalb einem Körper je nach dem Erdorte, wo er sich befindet, verschiedene Gewichte zuzulegen gezwungen ist. Dennoch ist diese Sitte in gewissen Theilen der Physik bis auf den heutigen Tag fast allgemein beibehalten worden, so dass man alle üblichen Zahlenangaben verändern müsste, wenn man jetzt diesem Gebrauche gegenüber ausschliesslich das absolute Maasssystem auch hier festhalten wollte.

In solchen Fällen soll von jetzt ab neben dem absoluten Maasssystem noch ein anderes berücksichtigt werden, welches das conventionelle Maasssystem (oder das in diesen Fällen gewöhnliche System) genannt werden möge. Darin soll ausser auf Längen und Zeiten, wie bisher, auf Kräfte anstatt auf Massen zurückgegangen und es sollen die Kräfte durch Gewichte ausgedrückt werden, da man selbstverständlicherweise jede Kraft durch eine Schwerkraft messen kann.

In den Dimensionsangaben nach dem conventionellen Systeme soll dann zum Unterschiede gegen das Bisherige ein Gewicht als Ausdruck für eine Kraft mit P bezeichnet werden. Die Gewichtseinheit des Grammes ist für dieses System das Gewicht eines Cubikcentimeters Wasser von 4° Celsius auf der Sternwarte zu Paris.

Die Angaben auf den Gewichtsstücken eines guten (mit dem Urgewicht genügend harmonirenden) Gewichtssatzes sind danach, wenn man sie nicht am richtigsten auf Massen beziehen will, als Pariser Kraftwerthe zu verstehen. Benutzt man ein

solches Gewichtsstück zum Messen einer bestimmten anderen Kraft, z. B. einer elastischen Kraft (vergl. das folgende Capitel) an anderen Orten, so muss man etwas veränderliche Resultate erhalten, wenn man, wie es meistens geschieht, die Werthänderungen des Gewichtsstückes nicht beachtet. Beim Zurückgehen auf das absolute Maasssystem werden solche Schwankungen vermieden, weil man dabei in diesen Fällen stets die Fallbeschleunigung g des Beobachtungsortes in die Rechnung einzuführen direct gezwungen ist. Da es für die hier verfolgten Zwecke indessen weniger darum zu thun ist, genaueste Werthangaben zu machen, so soll in den wenigen hierher gehörigen Beispielen, die überhaupt im Folgenden mit Zahlenwerthen angeführt werden, beim Umrechnen conventioneller Zahlenangaben auf absolute durchweg einfach mit dem Pariser $g = 9809\, mm\, sec^{-2}$ als dem mittleren g gerechnet werden.

Die Darstellungsweise, durch Gewichte Kräfte auszudrücken, hängt vielfach mit einer Auffassung der physikalischen Erscheinungen zusammen, welche von der hier vertretenen wesentlich abweicht. Man sieht danach den Begriff einer Kraft als etwas Fundamentales bei den physikalischen Vorgängen an und glaubt, in der Kraft die Ursache einer Bewegung zu erkennen. Wenn man die physikalischen Erscheinungen indessen ausschliesslich als Bewegungserscheinungen auffasst, so ist consequenterweise die Kraft kein fundamentaler Begriff und die Ursache einer Bewegung, um überhaupt dieses wenig bestimmte Wort zu gebrauchen, ist eine vorangegangene Bewegung.

§ 23. Hydrostatischer und hydrodynamischer Druck.

Bei einer Flüssigkeit, die einen in ihren Theilen verschiebbaren Massencomplex von zunächst unveränderlich gedachtem Volumen darstellt, ist im Zustande der Ruhe der aus den Schwerkräften, welche für die Theile der Flüssigkeit selbst gelten, herrührende hydrostatische Druck (per Flächeneinheit) an einer Stelle, die um die Höhe h unter dem Niveau liegt, gegeben durch

$$h\delta g.$$

Hierin ist g die Fallbeschleunigung und δ die sogenannte Dichte der Flüssigkeit.

Unter Dichte eines Körpers versteht man seine Masse per Raumeinheit; dieselbe wird direct durch die bekannte Bestimmung an der hydrostatischen Wage gefunden, wenn ein absolutes System mit zusammengehörigen Einheiten der Masse und der Länge gewählt wird, wie es in § 4 als vorzugsweise empfehlenswerth bezeichnet wurde. Da ein Raum die dritte Potenz einer Länge bedeutet, so schreibt sich die Dichte

$$\delta = \frac{m}{l^3}$$

und hat die Dimension

$$(dim\, \delta) = ML^{-3}.$$

Folglich ist die Dimension des hydrostatischen Druckes

$$(dim\, h\delta g) = L\,.\,ML^{-3}\,.\,LT^{-2} = ML^{-1}T^{-2}.$$

Dieser Druck mit einer Fläche, d. h. mit dem Quadrate einer Länge multiplicirt, muss eine Kraft darstellen, was nach dem Vorstehenden sich in der That so verhält. Der hydrostatische Druck ist seiner Definition nach bei denselben Niveauverhältnissen ein und derselben Flüssigkeit an verschiedenen Erdorten in dem Maasse verschieden, wie g verschieden ist.

Namentlich in den technischen Anwendungen wird der hydrostatische Druck durchweg nach conventionellem Maasse gerechnet. In diesem Maasse erhält man seinen Ausdruck durch Division des obigen Ausdruckes durch die Fallbeschleunigung g, d. h. einfach zu $h\delta$. Die Dichte δ ist jetzt das als Kraft verstandene (je nach dem Erdorte veränderliche) Gewicht per Raumeinheit. Das so verstandene δ ist nicht mehr direct an der hydrostatischen Wage bestimmt, weil das Gewicht eines Cubikcentimeters Wasser von 4°, womit bei dieser Bestimmungsmethode verglichen wird, nur auf der Pariser Sternwarte die Gewichtseinheit repräsentirt und nicht auch an jedem anderen Orte.

Im conventionellen Maasse ist

$$(conv.\, dim\, \delta) = PL^{-3}$$

$$\text{und } (conv.\, dim\, h\delta) = PL^{-2}.$$

Die conventionelle Dimension des hydrostatischen Druckes, welche ein Gewicht per Flächeneinheit vorstellt, wird aus der

absoluten Dimension gewonnen, wenn man letztere durch die Dimension einer Beschleunigung dividirt und alsdann M durch P ersetzt.

Der Begriff des hydrostatischen Druckes findet ebenso, wie auf Flüssigkeiten, auch auf die Gase Anwendung, deren Volumen im Gegensatze zu den Flüssigkeiten veränderlich gedacht wird. So ist der hydrostatische Druck einer normalen Atmosphäre (= dem Druck von 760 mm Quecksilberhöhe von 0° Celsius und deshalb mit dem Werthe von g veränderlich) nach absolutem Maasse in Paris

$$10135 \,.\, 10^4 \, mg \, mm^{-1} \, sec^{-2}$$
$$= 10135 \,.\, 10^2 \, g \, cm^{-1} \, sec^{-2}$$

oder nach conventionellem Maasse daselbst

$$10332 \, kg \, m^{-2}.$$

Bei bewegten Flüssigkeiten tritt an Stelle des hydrostatischen Druckes der hydrodynamische Druck ein, der aus dem hydrostatischen erhalten wird, wenn man an Stelle von h schreibt $\left(h - \frac{c^2}{2g}\right)$, worin c die Flussgeschwindigkeit ist. Das Glied $\frac{c^2}{2g}$ heisst die Geschwindigkeitshöhe und ist seiner Dimension nach natürlich eine Länge.

Die genannten Drucke äussern sich einseitig gegen die Wände (Flächen) der einschliessenden Gefässe, speciell bei bewegten Flüssigkeiten gegen die seitlich zur Flussrichtung gelegenen Wände.

Ausser von den eigenen Schwerkräften können auch von anderen Kräften Drucke gegen Flüssigkeiten oder Gase ausgeübt werden und ebenso können Flächen fester Körper durch feste Körper Drucke erfahren. In all diesen Fällen werden unter Drucken eben einfach Kräfte per Flächeneinheit verstanden, so dass die Dimension eines Druckes stets

$$ML^{-1} T^{-2} \text{ im absoluten Maasse}$$

und

$$PL^{-2} \text{ im conventionellen Maasse ist.}$$

Zweites Capitel.

Molekular-Mechanik und Akustik.

§ 24. Molekularkräfte.

Nach einer wohl allgemein angenommenen Hypothese werden die Körper, d. h. grössere zusammenhängende Massencomplexe, aus Molekülen constituirt gedacht, die in mehr oder weniger grossen Distanzen sich befinden und im Einzelnen Bewegungen annehmen können. Wie aus dem Gegenübergestelltsein ganzer Körper Gravitationsbeschleunigungen für dieselben resultiren, so entstehen auch für ein Molekül aus der Gegenwart benachbarter Moleküle im Allgemeinen Bewegungseinflüsse. Die daher rührende (eventuell intendirte) Beschleunigung für ein Molekül multiplicirt mit der Masse desselben giebt die auf das Molekül wirkende Molekularkraft.

Auch für diese Bewegungen, wie für die Gravitationsbewegungen, wird zur Erklärung noch ein zwischen den Molekülen liegendes Medium, vielleicht der auch dort aus optischen Gründen anzunehmende Lichtäther, als betheiligt anzusehen sein. In ein durch Molekularkräfte bewegtes Molekül würde daher Energie des Lichtäthers übergegangen sein. Wird umgekehrt ein Molekül gegen die Molekularkräfte, welche für dasselbe gelten, bewegt, so wird eine wirkliche Energievermehrung des Lichtäthers hervorgerufen, was man auch dahin ausdrückt, dass man sagt, zwischen den Molekülen habe eine potentielle Energievermehrung stattgefunden (vergl. § 20 dasselbe für Gravitationskräfte). Das Detail dieser Bewegungsübertragungen ist ebensowenig bekannt, wie bei der Gravitation.

Im Falle der Molekularkräfte ist im Gegensatze zu der Gravitation auch die Bewegung eines Moleküles, welche bei einer Energieübertragung von Seiten des Lichtäthers eintritt, im Allgemeinen unbekannt. Das Gebiet der Molekularkräfte ist deshalb von einer endgiltigen Erklärung noch sehr fern und durchweg zunächst nur in gewissen äusseren Vorgängen,

die als schliessliche Gesammtresultate der eigentlichen Bewegungsvorgänge aufzufassen sind, erkennbar.

Die Molekularkräfte zeigen im Gegensatze zu der Gravitation nur in sehr geringen Distanzen merkliche Wirkungen. Sie bedingen den Zusammenhang der Theile der Körper und die die verschiedenen Grade dieses Zusammenhanges darstellenden Aggregatzustände, welche Stabilität für Stellung und Distanzen der Moleküle, Stabilität blos für Distanzen und Nichtstabilität bedeuten. In dem letzten Falle der Nichtstabilität der Moleküle, welche bei gasigen Massencomplexen vorliegt, spielen die Molekularkräfte in dem hier verstandenen Sinne nur mehr für vorübergehende Augenblicke eine Rolle bei den im Wesentlichen einflusslosen Bewegungen der Moleküle.

§ 25. Elasticitätsmodul.

Elastische Kräfte wirken auf die Moleküle eines festen Körpers, wenn kleine Gestaltsveränderungen, hervorgerufen durch äussere Kräfte, nach Aufhören der letzteren rückgängig gemacht werden. Die Gestaltsveränderungen, welche während des Wirkens der äusseren Kräfte endgiltig eingehalten werden (so dass die zu den äusseren Kräften, sowie zu den den letzteren gleichen und entgegengerichteten Molekularkräften gehörigen Beschleunigungen intendirte sind), stehen in einfachen Beziehungen zu den äusseren Kräften und damit auch zu den Molekularkräften. Durch diese Beziehungen sind die verschiedenen Elasticitätsmodule definirt, deren Kenntniss dann umgekehrt auch für die Beurtheilung der Gestaltsveränderungen, die in einem gegebenen Falle eintreten werden, benutzt werden kann.

Bei einer durch Zug hervorgerufenen Verlängerung eines Stabes ist der schlichthin Elasticitätsmodul genannte Modul E gegeben durch die Beziehung

$$E = \frac{f}{q\lambda},$$

wo λ die Verlängerung per Längeneinheit, f die zum Zuge benutzte Kraft und q der Querschnitt des Stabes (normal zur Zugrichtung) ist.

Da λ eine Zahl ist, so ist die Dimension des Elasticitätsmoduls

$$(dim\,E) = \left(dim\,\frac{f}{q}\right) = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}\,T^{-2}.$$

In den technischen Anwendungen der Elasticität wird durchweg nach conventionellem Maasssystem gerechnet. Dann ist f also ein Gewicht (mit Zugrundelegung der in § 22 angegebenen Einheit) und es wird die Dimension

$$(conv.\,dim\,E) = PL^{-2}$$

d. h. wiederum um die Dimension einer Beschleunigung kleiner.

Der Elasticitätsmodul des Eisens ist beispielsweise in absolutem Maasse

$$1962\,.\,10^{11}\,mg\,mm^{-1}\,sec^{-2}$$
$$= 1962\,.\,10^{9}\,g\,cm^{-1}\,sec^{-2}$$

und im conventionellen Maasse

$$20\,000\,kg\,mm^{-2}.$$

Gleichzeitig mit der Verlängerung eines gezogenen Stabes tritt auch eine Verkürzung seines Querschnittes ein. Wird ein Querdurchmesser um $\mu\lambda$ per Längeneinheit verkürzt, während λ die gleichzeitige Verlängerung per Längeneinheit in der Zugrichtung bezeichnet, so heisst die Zahl μ die Quercontraction. Ihr Werth beträgt für die einfachen festen Substanzen etwa $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$.

Für einen gleichmässig auf die ganze Oberfläche eines solchen Körpers ausgeübten Druck p (per Flächeneinheit) ist der Coefficient der cubischen Compressibilität, welcher den Quotienten von p dividirt durch die resultirende Compression (Volumverminderung per Volumeinheit) bedeutet, gegeben durch

$$\frac{E}{3(1-2\mu)},$$

worin E und μ die obige Bedeutung haben. Dieser Coefficient ist von derselben Dimension, wie E.

Man kann den Elasticitätsmodul auch vermittelst der Biegung eines Stabes bestimmen. Wird ein prismatischer Stab auf die Länge l beiderseits längs seiner Breite b lose unterstützt, während seine normal zu b genommene Dicke h beträgt, so ruft eine in der Mitte parallel zu h angebrachte Kraft f eine Senkung z der Mitte von der Grösse

$$z = \frac{1}{4E} \cdot f \cdot \frac{l^3}{bh^3}$$

hervor. Der hier vorkommende Elasticitätsmodul E ist also auch bestimmt durch

$$E = \frac{fl^3}{4z \cdot bh^3}$$

und natürlich von der richtigen Dimension $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$.

§ 26. Torsionsmodul und Schubmodul.

Wird ein an einem Ende befestigter cylindrischer Stab am andern Ende durch eine Kraft, die mit dem Drehmomente D wirkt, um den Winkel φ gedreht, so ist der Torsionsmodul G durch

$$G = \frac{2}{\pi\varphi} \cdot \frac{Dl}{r^4}$$

gegeben, wenn l die Länge des Stabes und r sein Querschnittsradius ist. Da der Winkel φ nach dem in § 5 Bemerkten eine Zahl ist, so ist die Dimension des Torsionsmoduls

$$(dim\, G) = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = ML^{-1}\,T^{-2},$$

d. h. übereinstimmend mit der Dimension des Elasticitätsmoduls.

Für das meistens angewandte conventionelle Maasssystem gilt hier dasselbe, wie beim Elasticitätsmodul.

Bei sehr dünnen Stäben wird häufig der Torsionsmodul anstatt aus dem sich definitiv einstellenden Torsionswinkel für einen gegebenen Fall bestimmt durch Torsionsschwingungen, welche der vorübergehend durch ein äusseres Drehmoment gedrehte und dann sich selbst überlassene Stab vollführt. Hierbei wird zweckmässigerweise eine grosse regelmässig geformte und deshalb rücksichtlich ihres Trägheitsmomentes für die Drehung leicht zu berechnende Masse mit dem Stabe verbunden. Ist das ganze Trägheitsmoment K und die Schwingungsdauer (gezählt wie in § 18) τ, so ist

$$G = \frac{2\pi Kl}{\tau^2 \cdot r^4}.$$

Da die Dimension von K gleich ML^2 ist, so ist die Dimension des Ausdrucks rechts gleich $ML^{-1}\,T^{-2}$, mithin richtig.

Will man bei der letzteren Bestimmung von dem conventionellen System Gebrauch machen, so ist bei der Anrechnung des Trägheitsmomentes das Gewicht noch zu dividiren durch die in den richtigen Einheiten ausgedrückte Beschleunigung g.

Durch Combination der beiden für den Modul G gegebenen Formeln kann man das für einen Winkel φ geltende Drehmoment selbst ohne Kenntniss vom Durchmesser und Länge eines Stabes blos durch K und τ bestimmen, indem sich ergiebt

$$\frac{D}{\varphi} = \frac{\pi^2 K}{\tau^2}.$$

Wenn bei einem nach Art der Biegung (vergl. den vorigen Paragraphen) beanspruchten Körper der Querschnitt gegenüber der Länge eine vorwiegende Grösse hat und somit auch die äussere Kraft nahe an einem fest gedachten Querschnitte angreift, so tritt bei der resultirenden Gestaltsveränderung die eigentliche Biegung, welche mit Verlängerung eines Theils und Verkürzung eines andern Theils der Längsfasern verbunden ist, zurück gegen eine einfache Verschiebung der Querschnitte gegen einander. In der verschobenen Lage bildet die Verbindungslinie zweier ursprünglich auf derselben Normale zur Ebene zweier Querschnitte gelegenen Punkte der beiden Querschnitte einen kleinen Winkel ψ mit der ursprünglichen Normale. Dieser Winkel ist in der ganzen Ausdehnung der Querschnitte derselbe. Ist die schiebende Kraft f, der Querschnitt q, so ist der für diesen Fall geltende Schubmodul G gegeben durch

$$G = \frac{1}{\psi} \cdot \frac{f}{q},$$

also seiner Dimension nach wiederum eine Kraft per Flächeneinheit.

Dieser Schubmodul ist identisch mit dem oben eingeführten Torsionsmodul. Beide Module bestimmen die Gestaltsveränderungen für geänderte Lage der aufeinander folgenden Querschnitte gegen einander.

Der Torsions- oder Schubmodul steht zu dem Elasticitätsmodul E und der Quercontraction μ in der einfachen Beziehung

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}.$$

§ 27. Festigkeitscoefficienten.

Die verschiedenen Festigkeitscoefficienten sind sämmtlich ihrer Dimension nach eine Kraft dividirt durch eine Fläche, also übereinstimmend mit den verschiedenen Modulen der beiden vorigen Paragraphen.

So ist der Coefficient gegen Zerreissen durch Zugkräfte gegeben durch

$$v = \frac{f}{q},$$

worin f die maximale ertragbare Zugkraft und q der Querschnitt eines Stabes normal zur Zugrichtung ist.

Der Coefficient gegen Zerdrückung ist ebenso

$$v_1 = \frac{f}{q}.$$

Der Coefficient gegen Bruch ist bei einem prismatischen Stabe von der Breite b und der Dicke h (parallel der Richtung der brechenden Kraft), der an einem Ende befestigt ist und in der Entfernung l davon durch die maximale Kraft f gebogen wird, gegeben durch

$$v_2 = \frac{6fl}{bh^2}.$$

Der Coefficient gegen Zerdrehung ist bei einem cylindrischen Stabe vom Querschnittsradius r, wenn das maximale ertragbare Drehmoment D ist, gegeben durch

$$v_3 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{D}{r^3}.$$

Der Coefficient gegen Abschieben eines Querschnittes q durch eine maximale ertragbare Schubkraft f ist gegeben durch

$$v_4 = \frac{f}{q}.$$

§ 28. Compressibilitätscoefficient der Flüssigkeiten.

Da Flüssigkeiten nur ein bestimmtes Volumen durch Molekularkräfte festzuhalten suchen, übrigens aber sich der Gestalt des jeweiligen Gefässes im Wesentlichen anschmiegen, so können elastische Kräfte durch ihre ganze Masse hindurch nur gegen cubische Compression auftreten. Die dann statt-

findenden Verhältnisse sind bedingt durch den Compressibilitätscoefficienten, der ganz dieselbe Bedeutung hat, wie auch bei festen Körpern (vergl. § 25). Er ist also definirt durch den Quotienten aus Druck (per Flächeneinheit) und resultirender Compression (Volumverminderung per Volumeinheit) und hat die Dimension $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$.

Für Wasser von 20° C. beträgt z. B. die Compression $\frac{\Delta V}{V}$ für den Druck p einer normalen Pariser Atmosphäre (§ 23)

$$\frac{\Delta V}{V} = 46 \,.\, 10^{-6}$$

und ist deshalb der Compressibilitätscoefficient

$$E_1 = \frac{pV}{\Delta V} = \frac{10135 \,.\, 10^4}{46 \,.\, 10^{-6}} mg\, mm^{-1}\, sec^{-2} = 22 \,.\, 10^{11} mg\, mm^{-1}\, sec^{-2}$$
$$= 22 \,.\, 10^9 g\, cm^{-1}\, sec^{-2}$$

im absoluten Maasse oder

$$225\, kg\, mm^{-2}$$

im conventionellen Maasse.

§ 29. Oberflächendruck der Flüssigkeiten.

An den Grenzen eines flüssigen Körpers finden noch besondere Verhältnisse statt. Die für Flüssigkeiten giltigen Molekularkräfte ergeben zunächst für diejenigen Moleküle, welche in der Nähe der Oberfläche einer Flüssigkeit liegen, einen einseitigen, normal zur Oberfläche nach dem Innern gerichteten Druck, der (auf die Flächeneinheit bezogen) als Oberflächendruck der Flüssigkeit bezeichnet wird. Für eine Stelle einer gekrümmten Flüssigkeitsoberfläche, an welcher ϱ und ϱ_1 den grössten und kleinsten Krümmungsradius bedeuten, ist der Oberflächendruck gleich

$$N \pm \frac{H}{2}\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho_1}\right),$$

wo das + Zeichen für convexe und das − Zeichen für concave Krümmung (nach aussen gekehrt) gilt.

Jeder der beiden Summanden muss nach § 5 die Dimension des Oberflächendrucks $= \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = ML^{-1}T^{-2}$ haben. Der erste

Summand N giebt den Oberflächendruck einer ebenen Oberfläche und heisst der Normaldruck der Oberfläche. Der zweite Summand $\frac{H}{2}\left(\frac{1}{\varrho}+\frac{1}{\varrho_1}\right)$ giebt den von der Krümmung abhängigen Theil des Oberflächendrucks und heisst Oberflächenspannung. Die darin vorkommende Grösse H bedeutet die Oberflächenspannung per Einheit der Krümmung und hat, da ϱ und ϱ_1 Längen sind, die Dimension

$$(dim\, H) = MT^{-2}$$

im absoluten Maasse oder

$$(conv.\, dim\, H) = PL^{-1}$$

im conventionellen Maasse.

§ 30. Capillarconstante.

Die als Capillarerscheinungen bekannten Niveauveränderungen der Flüssigkeiten, hervorgerufen durch die Molekularkräfte zwischen den Flüssigkeitsmolekülen unter sich, sowie zwischen diesen und festen Begrenzungswänden, sind bedingt durch zwei Capillarconstante.

Die erste Capillarconstante ist der sogenannte Randwinkel, d. h. der innerhalb der Flüssigkeit gerechnete Winkel, welchen eine Tangentialebene zur Oberfläche der Flüssigkeit an einer Begrenzungswand mit der letzteren bildet. Dieser Winkel ist bedingt durch die gesammten vorhin erwähnten Molekularkräfte, daher abhängig von der Substanz der Flüssigkeit und der Substanz der Wand. Seiner Dimension nach ist der Randwinkel natürlich eine blosse Zahl.

Die zweite Capillarconstante ist gegeben durch $\frac{H}{\delta}$, wenn H die im vorigen Paragraphen näher charakterisirte Grösse und δ die Dichte der Flüssigkeit ist. Diese Constante, für welche nur die Molekularkräfte zwischen den flüssigen Molekülen selbst maassgebend sind, hängt also blos von der Substanz der Flüssigkeit ab. Nach dem vorigen Paragraphen und § 23 ist ihre Dimension

$$\left(dim\,\frac{H}{\delta}\right) = \frac{MT^{-2}}{ML^{-3}} = L^3T^{-2}$$

im absoluten Systeme oder

$$\left(conv.\,dim\,\frac{H}{\delta}\right)=\frac{PL^{-1}}{PL^{-3}}=L^2$$

im conventionellen System.

Für eine die Wand nicht benetzende Flüssigkeit, für welche der Randwinkel $\varphi>\frac{\pi}{2}$ ist, lassen sich die Capillarconstanten durch folgende Beziehungen bestimmen. Wird zunächst in einer cylindrischen Capillarröhre mit dem Querschnittsradius r die (negative) Steighöhe h erreicht, so ist nach absolutem Maasse mit der Fallbeschleunigung g

$$\frac{H}{\delta}=\frac{hrg}{\cos\varphi},$$

woraus die richtige Dimension für $\frac{H}{\delta}$ folgt.

Ist ferner bei einem so grossen Tropfen, dass der centrale Theil seiner Oberfläche eben ist, h_1 die ganze Tropfenhöhe, h_2 die Tropfenhöhe über dem grössten Querschnittskreise, so gilt

$$\cos\varphi=-\frac{h_1^2-h_2^2}{h_2^2} \quad \text{und} \quad \frac{H}{\delta}=h_2^2 g.$$

Bei Anwendung des conventionellen Maasssystems lautet die erste der vorstehenden Gleichungen (für die Capillarröhre)

$$\frac{H}{\delta}=\frac{hr}{\cos\varphi}$$

und die letzte

$$\frac{H}{\delta}=h_2^2,$$

woraus die richtige Dimension gewonnen wird.

Für eine die Wand benetzende Flüssigkeit wird angenähert $\varphi=0$, also $\cos\varphi=1$ gesetzt und ergiebt sich dann die zweite Capillarconstante einfach durch

$$\frac{H}{\delta}=hrg$$

im absoluten System und durch

$$\frac{H}{\delta}=hr$$

im conventionellen System, wenn h die (positive) Steighöhe in einer cylindrischen Capillarröhre mit dem Radius r ist.

Für Wasser bei gewöhnlicher Temperatur ist im absoluten System

$$\frac{H}{\delta} = 162 \,.\, 10^3 \, mm^3 \, sec^{-2}$$
$$= 162 \, cm^3 \, sec^{-2}$$

und im conventionellen System

$$\frac{H}{\delta} = 16{,}5 \, mm^2.$$

§ 31. Reibungsconstante.

Zwei mit der Geschwindigkeitsdifferenz dc neben einander bewegte und in dem Abstand dx von einander entfernte Flüssigkeitsschichten, die sich längs der Fläche q berühren, sind einer inneren Reibungskraft f unterworfen von der Grösse

$$f = \eta \,.\, q \frac{dc}{dx}.$$

Das hier vorkommende η heisst die Reibungsconstante und ist also durch

$$\eta = \frac{f}{q} \cdot \frac{dx}{dc}$$

definirt. Es ist daher die Dimension im absoluten Maasse

$$(dim \, \eta) = \frac{MLT^{-2} \,.\, L}{L^2 \,.\, LT^{-1}} = ML^{-1} \, T^{-1}.$$

Im conventionellen Maasse ist das Vorstehende wiederum durch die Dimension einer Beschleunigung zu dividiren, also

$$(conv. \, dim \, \eta) = PL^{-2} \, T.$$

Die Reibungsconstante kann durch die aus einer capillaren Röhre in einer gegebenen Zeit ausfliessende Flüssigkeitsmenge bestimmt werden. Fliesst aus einer cylindrischen Capillarröhre vom Querschnittsradius r und der Länge l in der Zeit t die Masse m einer Flüssigkeit von der Dichte δ aus, während der hydrostatische Druck an der Ausflussstelle p ist, so ist

$$\eta = \frac{\pi p \delta}{8 \, m} \cdot \frac{r^4}{l} \, t.$$

Nach § 23 ergiebt sich hieraus im absoluten Systeme

$$(dim \, \eta) = \frac{ML^{-1} \, T^{-2} \,.\, ML^{-3} \,.\, L^4 \,.\, T}{ML} = ML^{-1} \, T^{-1}$$

also richtig.

Im conventionellen Maasssystem gilt die vorige Formel für η auch noch, nur ist alsdann nach § 23 für den hydrostatischen Druck der geänderte Werth einzusetzen. Damit wird

$$(conv.\, dim\, \eta) = \frac{PL^{-2} . PL^{-3} . L^4 . T}{PL} = PL^{-2}\, T,$$

also wiederum richtig.

So ist für Wasser von 20^0 Celsius im absoluten Maasse

$$\eta = 1{,}02\, mg\, mm^{-1}\, sec^{-1}$$
$$= 0{,}0102\, g\, cm^{-1}\, sec^{-1}$$

und im conventionellen System

$$\eta = 0{,}000104\, mg\, mm^{-2}\, sec.$$

Bei Gasen findet eine, wenn auch in anderer Weise hervorgerufene (vergl. die Bemerkung zu Ende des § 24), so doch im Resultate ebensolche innere Reibung statt und hat die Reibungsconstante dieselbe Bedeutung, wie bei Flüssigkeiten. Die Constante lässt sich auch hier durch Ausflussversuche aus capillaren Röhren (sogenannte Transpirationsversuche) bestimmen. Da für Gase vom Standpunkte einer sehr wahrscheinlichen Hypothese (der zu Ende des § 24 angedeuteten kinetischen Gastheorie) aus die molekularen Verhältnisse genauer bekannt sind, so möge noch folgende Beziehung zwischen der Reibungsconstanten und molekularen Grössen angeführt werden, die sich nach dieser Hypothese ergiebt. Danach wäre

$$\eta = \frac{1}{\pi} . \delta l c,$$

wenn δ die Dichte des Gases, l die sogenannte mittlere Weglänge der Gasmoleküle und c der Mittelwerth der (fortschreitenden) Molekulargeschwindigkeiten ist. Aus dieser Beziehung folgt für die Dimension der Reibungsconstanten

$$(dim\, \eta) = ML^{-3} . L . LT^{-1} = ML^{-1}\, T^{-1}$$

im absoluten Maasse, also dasselbe wie oben.

Für Luft von 0^0 Celsius ist

$$\eta = 0{,}019\, mg\, mm^{-1}\, sec^{-1}$$
$$= 0{,}00019\, g\, cm^{-1}\, sec^{-1}$$

im absoluten Maasse und

$$\eta = 194 . 10^{-8}\, mg\, mm^{-2}\, sec$$

im conventionellen Maasse.

§ 32. Diffusionsconstante.

Während der durch Molekularkräfte bewirkten Mischung (der sogenannten Diffusion) zweier Flüssigkeiten, resp. einer Salzlösung und des Lösungsmittels fliesst durch einen Querschnitt q während der Zeit t, wenn an dem Querschnitt für die normal zu ihm genommene Länge dl eine Dichtendifferenz $d\delta$ der einen Substanz herrscht, von dieser Substanz das Gewicht (Masse)

$$m = -kq\frac{d\delta}{dl}t,$$

wobei k die Diffusionsconstante ist.

Die Diffusionsconstante ist also definirt durch

$$k = -\frac{m}{qt}\cdot\frac{dl}{d\delta}$$

und hat die Dimension im absoluten Maasse

$$(dim\, k) = \frac{M.L}{L^2.T.ML^{-3}} = L^2\,T^{-1}.$$

Für zwei Gase, die stets mischbar sind, gilt trotz der geänderten Grundlage der Erscheinung (vergl. § 24) das vorstehende Resultat in ungeänderter Weise ebenfalls.

Die Diffusionsconstante für Zinksulphat gegen Wasser bei etwa 10° Celsius ist beispielsweise

$$k = 21.10^{-5}\,mm^2\,sec^{-1}$$
$$= 21.10^{-7}\,cm^2\,sec^{-1}$$

in absolutem Maasse.

In demselben Maasse ist die Diffusionsconstante für Wasserstoff gegen Sauerstoff bei 0° Celsius und gewöhnlichem Druck

$$k = 70\,mm^2\,sec^{-1}$$
$$= 0{,}7\,cm^2\,sec^{-1}.$$

§ 33. Wellenbewegung.

Durch die elastischen Kräfte zwischen den Molekülen, resp. bei Gasen durch die aus den Bewegungen der Moleküle resultirenden Druckverhältnisse sind die akustischen Erscheinungen bedingt. Bei diesen Erscheinungen machen die einzelnen kleinen Theile eines Körpers schwingende Bewegungen durch, die über

eine grössere Zahl solcher benachbarter Theile ausgedehnt gedacht Wellenbewegungen darstellen.

Die Ausweichungen x, welche ein einzelnes in Schwingung begriffenes Theilchen aus der schwingungslosen Ruhelage einnimmt, müssen hierbei stets den rückwärts wirkenden vorhin erwähnten Kräften proportional sein, woraus folgt, dass eine constante Schwingungsdauer τ (hier für Hin- und Hergang zählend) anzunehmen ist. Ist ξ die grösste Ausweichung oder Amplitude, so ist die schwingende Bewegung charakterisirt durch folgenden Zusammenhang zwischen x und der jedesmaligen Zeit t

$$x = \xi \sin \frac{2\pi t}{\tau}.$$

Daraus findet sich die Beschleunigung

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{\tau^2} x$$

also, wie verlangt, proportional der Ausweichung. Für die Grösse (ohne Rücksicht auf das selbstverständliche Zeichen) des Verhältnisses der Beschleunigung zur Ausweichung, welches die Dimension T^{-2} haben muss, ergiebt sich richtig $\left(\frac{2\pi}{\tau}\right)^2$.

Zwischen den verschiedenen Theilchen eines ganz gleichartigen Körpers breitet sich eine bestimmte Wellenbewegung an allen Stellen mit derselben und deshalb für diesen Fall constanten Fortpflanzungsgeschwindigkeit c aus. Die zu dieser Wellenbewegung gehörige Wellenlänge l ist definirt durch

$$l = c\tau.$$

Selbstverständlich ist

$$(dim\, c) = L T^{-1} \quad \text{und} \quad (dim\, l) = L.$$

Mit der Wellenlänge l gilt für ein Theilchen, welches von dem oben besprochenen um die Strecke l_1 in einer Fortpflanzungsrichtung entfernt liegt, zu derselben oben angenommenen Zeit t

$$x_1 = \xi_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{l_1}{l}\right),$$

so dass auf der Strecke zwischen $l_1 = 0$ und $l_1 = l$ sämmtliche Stadien der Schwingung gleichzeitig vertreten sind.

Bei den aus regelmässigen und dauernden Wellenbewegungen entstehenden Tönen ist die Tonhöhe bestimmt durch die

Schwingungszahl $N = \frac{1}{\tau}$ mit der Dimension T^{-1}. Die Tonhöhe hängt demnach ab von der jedesmaligen Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der für regelmässig andauernde Bewegungen geltenden Wellenlänge, welch letztere durch die Grössenverhältnisse der musikalischen Instrumente und gewisse an den Grenzen derselben eingehaltene Umstände (Befestigungen etc.) bedingt ist.

§ 34. Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Stäben und Saiten.

Longitudinale Schwingungen pflanzen sich längs eines an sich elastischen Stabes fort mit der Geschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{E}{\delta}},$$

wenn E den Elasticitätsmodul und δ die Dichte des Stabes bedeuten, wobei aber beides im absoluten Maasse verstanden werden muss. Da nach §§ 23 und 25

$$\left(dim \frac{E}{\delta}\right) = \frac{ML^{-1}T^{-2}}{ML^{-3}} = L^2T^{-2}$$

ist, so hat die Wurzel aus $\frac{E}{\delta}$ richtig die Dimension einer Geschwindigkeit.

Nach § 25 ist z. B. für Eisen

$$E = 1962 \, . \, 10^{11} \, mg \, mm^{-1} \, sec^{-2}$$
$$= 1962 \, . \, 10^{9} \, g \, cm^{-1} \, sec^{-2},$$

während $\delta = 7{,}8 \, mg \, mm^{-3} = 7{,}8 \, g \, cm^{-3}$ ist, so dass dort

$$c = 5015 \, . \, 10^{3} \, mm \, sec^{-1}$$
$$= 5015 \, . \, 10^{2} \, cm \, sec^{-1}$$

ist.

Torsionsschwingungen pflanzen sich im einfachsten Falle ganz analog mit der Geschwindigkeit

$$c_1 = \sqrt{\frac{G}{\delta}}$$

fort, wenn G der Torsionsmodul ist.

Transversalschwingungen eines solchen Stabes, bei welchen biegende Kräfte in Betracht kommen, pflanzen sich

längs desselben in complicirter Weise fort. Ausser auf den Werth $\sqrt{\frac{E}{\delta}}$, der die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Schwingungen ausdrückt, kommt es hier noch auf die Grössenverhältnisse und die Grenzbedingungen der Stäbe an, wodurch die Einführung verschiedener Zahlenfactoren erforderlich wird.

Bei einer Saite, welche im Wesentlichen nicht selbst elastisch ist, sondern durch eine äussere nach ihrer Längsrichtung wirkende Zugkraft f gespannt wird, kommen hauptsächlich Transversalschwingungen in Betracht. Dieselben pflanzen sich mit der Geschwindigkeit

$$c_2 = \sqrt{\frac{fl}{m}}$$

fort, wenn m die Masse der Saite und l deren Länge, also $\frac{m}{l}$ die Masse per Längeneinheit ist. Hierbei muss f in absolutem Maasse ausgedrückt werden. Die Dimension von $\frac{fl}{m}$ ist dann natürlich wieder die des Quadrates einer Geschwindigkeit.

§ 35. Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Flüssigkeiten und Gasen.

In Flüssigkeiten kommen nach § 28 elastische Kräfte nur bei Compressionen in Betracht. Die Ausweichungen x eines Theilchens (§ 33) können sich deshalb nur in der Richtung von x fortpflanzen, d. h. es giebt dort nur die Möglichkeit für longitudinale akustische Wellenbewegungen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben ist gegeben durch

$$c = \sqrt{\frac{E_1}{\delta}},$$

wo E_1 den Compressibilitätscoefficient und δ die Dichte der Flüssigkeit bedeuten und beides im absoluten Maasse ausgedrückt werden muss. Da

$$(dim\, E_1) = ML^{-1}T^{-2}$$

und

$$(dim\,\delta) = ML^{-3}$$

ist, so ist richtig

$$\left(dim \sqrt{\frac{E_1}{\delta}}\right) = LT^{-1}.$$

Für Wasser von 20° Celsius z. B. erhält man mit

$$E_1 = 22\,.\,10^{11}\, mg\; mm^{-1}\, sec^{-2} = 22\,.\,10^{9}\, g\; cm^{-1}\, sec^{-2}$$

nach § 28 und mit

$$\delta = 0{,}998\; mg\; mm^{-3} = 0{,}998\; g\; cm^{-3}$$
$$c = 1485\,.\,10^{3}\; mm\; sec^{-1} = 1485\,.\,10^{2}\; cm\; sec^{-1}.$$

Bei Gasen resultirt aus den Bewegungen der Moleküle ein dem jedesmal von einer Gasmasse eingenommenen Raume umgekehrt proportionaler Druck per Flächeneinheit, so lange die Temperatur constant gedacht wird. Ist in diesem Falle ein anfänglicher Druck p für das Volumen V vorhanden und wird dann durch einen kleinen Ueberdruck Δp eine Volumverminderung ΔV hervorgerufen, so ist

$$p\,.\,V = (p + \Delta p)\,(V - \Delta V)$$

oder für kleine Δp und ΔV

$$p\,\Delta V = \Delta p\,.\,V.$$

Danach hat das Verhältniss des wirksamen Ueberdruckes Δp zu der dadurch hervorgerufenen Compression $\frac{\Delta V}{V}$ den einfachen Werth p des anfänglichen Druckes. Der gerade, wie bei Flüssigkeiten, verstandene Compressibilitätscoefficient ist deshalb bei Gasen einfach p.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegungen, welche solchen kleinen Compressionen entsprechen und auch hier nur longitudinal möglich sind, ist danach

$$c_1 = \sqrt{\frac{p}{\delta}},$$

wenn δ die Dichte des Gases ist und p wie δ absolut ausgedrückt werden.

Hieran ist indessen noch eine Correctur anzubringen, da bei der Fortpflanzung akustischer Wellenbewegungen in Gasen die Temperatur nicht constant bleibt. Für Luft und andere einfache Fälle ist danach p noch mit der Zahl 1,4 zu multi-

pliciren, welche durch die Betrachtung der einschlägigen Wärmeverhältnisse (vergl. § 44) gewonnen wird. Der Werth $\sqrt{\frac{1,4p}{\delta}}$ führt natürlich, da 1,4 eine Zahl und p eine Kraft per Flächeneinheit ist, wieder auf die Dimension einer Geschwindigkeit.

Für Luft von 0° Celsius und dem normalen Pariser Atmosphärendruck (§ 23)

$$p = 10135 . 10^4 \, mg \, mm^{-1} \, sec^{-2} = 10135 . 10^2 \, g \, cm^{-1} \, sec^{-2}$$

ist

$$\delta = 0{,}001293 \, mg \, mm^{-3} = 0{,}001293 \, g \, cm^{-3}$$

und somit

$$c_1 = 331 . 10^3 \, mm \, sec^{-1} = 331 . 10^2 \, cm \, sec^{-1}.$$

Bei andern Drucken bleibt dieser Werth ungeändert, da δ bei Gasen sich proportional mit p ändert, falls die Temperatur dieselbe bleibt.

Drittes Capitel.

Wärmelehre.

§ 36. Calorie.

Während in dem vorangehenden Capitel über Molekularmechanik hauptsächlich die Zusammenhangsverhältnisse der Körper als nach aussen hervortretende Gesammtresultate der in Wirklichkeit molekularen Vorgänge behandelt wurden, sucht die mit der Molekularmechanik aufs Innigste zusammenhängende Wärmelehre tiefer einzudringen und die Bewegungsverhältnisse der Moleküle selbst möglichst aufzuklären. Man denkt sich die Moleküle in steten Bewegungen begriffen, die je nach dem Aggregatzustande der Körper verschiedener Art und nur für Gase nach einer sehr wahrscheinlichen Hypothese (der kinetischen Gastheorie) etwas näher bekannt (weil grossentheils frei von Molekularkräften) sind. Der Bewegungszustand der Moleküle bedingt dann den Wärmezustand und eine Erhöhung des letztern

wird durch eine Erhöhung der Energie der Molekularbewegung gegeben.

Nach § 13 kann somit eine Wärmemenge Q als gleichwerthig mit einer Arbeit angesehen und nach demselben Maasse gemessen werden, so dass

$$(dim\, Q) = M L^2 T^{-2}$$

im absoluten Maasse ist.

Es ist indessen hierbei üblich, das conventionelle Maasssystem anzuwenden, wonach man

$$(conv.\, dim\, Q) = PL$$

mit dem Gewichte P als Schwerkraft erhält.

Diejenige Wärmemenge, welche conventionell ausgedrückt einer Arbeit von 430 *kg m* gleichwerthig ist, wird Calorie genannt, wobei der Werth 430 das mechanische Wärmeäquivalent heisst.

Im absoluten Maasse ist eine Calorie gleich

$$422 \,.\, 10^{13}\, mg\, mm^2\, sec^{-2}$$
$$= 422 \,.\, 10^{8}\, g\, cm^2\, sec^{-2}.$$

§ 37. Temperatur.

Wenn man eine Wärmemenge von Q Calorien auf eine Masse Wasser von m Kilogrammen in der Nähe des Eispunktes bei constantem Druck überträgt, so erhält dieselbe in Celsiusgraden eine Temperaturerhöhung

$$\vartheta = \frac{Q}{m}.$$

Die so definirte Temperatur ist also der Dimension nach das Quadrat einer Geschwindigkeit, nämlich

$$(dim\, \vartheta) = \frac{M L^2 T^{-2}}{M} = L^2 T^{-2}.$$

Ein Celsiusgrad ist danach absolut

$$= \frac{422 \,.\, 10^{13}\, mg\, mm^2\, sec^{-2}}{10^6\, mg} = 422 \,.\, 10^7\, mm^2\, sec^{-2}$$
$$= 422 \,.\, 10^5\, cm^2\, sec^{-2},$$

d. h. gleich so viel absoluten Temperatureinheiten, wenn unter der letzteren diejenige Temperaturerhöhung verstanden wird,

welche die absolute Wärmeeinheit ($1\,mg\,mm^2\,sec^{-2}$ oder $1\,g\,cm^2\,sec^{-2}$) an der Masseneinheit ($1\,mg$ oder $1\,g$) Wasser in der Nähe des Eispunktes unter constantem Druck hervorbringt.

Der Celsiusgrad ist dabei als der hundertste Theil der Angabendifferenz eines Luftthermometers für den Eispunkt und den unter normalem Pariser Atmosphärendruck geltenden Siedepunkt des Wassers zu verstehen.

Es ist aber wohl zu beachten, dass in dieser Definition des absoluten Temperaturgrades auf die Verhältnisse der Erwärmung einer bestimmten Substanz, des Wassers, zurückgegangen wurde. Die Anwendung des absoluten Maasssystems ist hier also noch mit einer Nebenbedingung behaftet und möge deshalb in Zukunft speciell die Bezeichnung „calorimetrisches absolutes Maasssystem“ gewählt werden, so oft Temperaturen in der vorstehenden Weise in die Messungen eingeführt werden.

§ 38. Specifische Wärme und Wasserwerth.

Wenn man eine Wärmemenge von Q Calorien einer Masse (in Kilogrammen) m eines andern Körpers zuführt, ohne dass dadurch eine Aggregatzustandsveränderung eintritt, so ist in dem Quotienten $\frac{Q}{m}$, damit er die stattfindende Temperaturerhöhung in Celsiusgraden angebe, m noch mit einer Zahl zu multipliciren, welche specifische Wärme genannt wird. Dieselbe variirt nicht nur von Substanz zu Substanz, sondern kann auch bei derselben Substanz je nach den Umständen, worunter die Wärmeübertragung stattfindet, verschieden sein. Ebenso ist für Wasser, wenn die Wärmeübertragung unter andern, als den im vorigen Paragraphen angegebenen Umständen geschieht, die Einführung einer solchen Zahl nothwendig.

Dass die specifische Wärme s ihrer Dimension nach eine blosse Zahl ist, lässt sich aus der Formel für dieselbe

$$s = \frac{Q}{m\vartheta}$$

nach Einsetzung der Dimensionen für die Grössen rechter Hand natürlich direct ersehen.

Wollte man das calorimetrische absolute Maasssystem nicht, wie im vorigen Paragraphen geschah, auf die Verhältnisse des Wassers, sondern auf die irgend einer andern Substanz unter bestimmten Umständen gründen, so würde man demnach in den Maassangaben dieses neuen calorimetrischen absoluten Systems nur die Zahlenfactoren, nicht aber die Dimensionen geändert erhalten.

Ebenso würde es sein, wenn man unter Anlehnung an das approximativ giltige Gesetz von Dulong und Petit über die Constanz der Atomwärmen die Erwärmungsverhältnisse eines Atoms oder einer bestimmten Zahl von Atomen der elementaren Körper zum Ausgangspunkte eines solchen Systems machen wollte, welches in diesem Falle nicht mehr an eine bestimmte Substanz gebunden wäre.

Noch sei erwähnt, dass in einem calorimetrischen absoluten Systeme, welches von der Erwärmung eines Körpers ohne Arbeit gegen Molekularkräfte oder gegen äussere Druckkräfte abgeleitet würde, der Werth eines Grades eine einfache Beziehung zu dem Zuwachs des Quadrates der ganzen durchschnittlichen Molekulargeschwindigkeit des Körpers bei wachsender Temperatur haben müsste. So ist z. B. für Luft bei constantem Volumen die specifische Wärme = 0,17. Daher wäre der Werth eines Celsiusgrades, wenn als absolute Temperatureinheit diejenige Temperaturerhöhung gälte, welche die absolute Wärmeeinheit an der Masseneinheit Luft bei constantem Volumen hervorbringt, gleich (vergl. § 37)

$$0{,}17 \,.\, 422 \,.\, 10^7 \, mm^2 \, sec^{-2} = 717 \,.\, 10^6 \, mm^2 \, sec^{-2}.$$

Andrerseits ist der Zuwachs des Quadrates der ganzen (nicht bloss der fortschreitenden) Molekulargeschwindigkeit bei Luft für den Celsiusgrad

$$= 1437 \,.\, 10^6 \, mm^2 \, sec^{-2},$$

also das Doppelte von dem vorstehenden Werthe eines Celsiusgrades.

Im Folgenden soll jedoch von allen derartigen Möglichkeiten kein Gebrauch gemacht, sondern das System des § 37 beibehalten werden. Für dieses von der Erwärmung des Wassers hergeleitete System gilt die zuletzt erwähnte einfache Beziehung

natürlich nicht, da bei dieser Erwärmung namentlich eine erhebliche Arbeit gegen Molekularkräfte zu leisten ist.

Wärmemengen werden danach durch das Product aus einer Wassermasse (in der Nähe des Eispunktes) und deren (nach § 37 zu verstehenden) Temperaturerhöhung absolut ausgedrückt. Da aber bei hierher gehörigen Messungen durchweg ausser einer gewissen Wassermasse auch noch Massen anderer Substanzen mit erwärmt werden, so hat man die letzteren mit ihrer specifischen Wärme zu multipliciren, ehe sie zur Wassermasse hinzuaddirt werden. Eine so entstandene Summe, die gemäss dem Vorstehenden ihrer Dimension nach wieder einfach eine Masse ist, heisst der Wasserwerth des aus sämmtlichen Substanzen gebildeten Calorimeters.

§ 39. Schmelzwärme und Verdampfungswärme.

Wird eine Wärmemenge von Q Calorien zur Ueberführung einer Masse von m Kilogrammen irgend eines festen Körpers in den flüssigen Aggregatzustand (also wesentlich zur Arbeitsleistung gegen Molekularkräfte) gebraucht, so ist die Schmelzwärme σ für diesen Körper definirt durch

$$Q = m\sigma.$$

Die Dimension der Schmelzwärme $= \left(dim\,\frac{Q}{m}\right)$ ist daher die der Temperatur.

So ist die Schmelzwärme des Eises im calorimetrischen absoluten System

$$= 3376\,.\,10^8\,mm^2\,sec^{-2}$$
$$= 3376\,.\,10^6\,cm^2\,sec^{-2},$$

d. h. nach § 37 gleichwerthig mit 80 Celsiusgraden.

Wird eine Wärmemenge von Q Calorien zur Ueberführung einer Masse von m Kilogrammen irgend eines flüssigen Körpers in den dampfförmigen Zustand (also zur Arbeitsleistung gegen Molekularkräfte und gegen äussere Druckkräfte) gebraucht, so ist die Verdampfungswärme σ_1 für diesen Körper definirt durch

$$Q = m\sigma_1$$

und hat also gleichfalls die Dimension der Temperatur. Die

Verdampfungswärme eines Körpers ist erheblich verschieden je nach der Temperatur, bei welcher die Aggregatzustandsveränderung erfolgt. Für Wasser von 100° Celsius ist sie z. B. im calorimetrischen absoluten System

$$= 2262 \,.\, 10^9 \, mm^2 \, sec^{-2}$$
$$= 2262 \,.\, 10^7 \, cm^2 \, sec^{-2},$$

d. h. nach § 37 gleichwerthig mit 536 Celsiusgraden.

Der Antheil der Verdampfungswärme, welcher der Arbeitsleistung gegen den äussern Druck p per Flächeneinheit entspricht, die sogenannte äussere Arbeitswärme, lässt sich durch

$$p\left(\frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\delta_2}\right)$$

ausdrücken, worin δ_1 und δ_2 die Dichte des Dampfes und der Flüssigkeit bedeuten. Der Druck p hat hier einen ganz bestimmten Werth für einen bestimmten Werth der Verdampfungstemperatur. Der Dimension nach ist die äussere Arbeitswärme gleich

$$\frac{ML^{-1}\,T^{-2}}{ML^{-3}} = L^2\,T^{-2},$$

also natürlich übereinstimmend mit der ganzen Verdampfungswärme.

Für das vorstehende Beispiel des Wassers bei 100° Celsius ist p = dem normalen Pariser Atmosphärendruck

$$= 10135 \,.\, 10^4 \, mg \, mm^{-1} \, sec^{-2}$$
$$= 10135 \,.\, 10^2 \, g \, cm^{-1} \, sec^{-2},$$

ferner

$$\frac{1}{\delta_1} = 1640 \, mg^{-1} \, mm^3 = 1640 \, g^{-1} \, cm^3 \quad \text{und} \quad \frac{1}{\delta_2}$$

zu vernachlässigen, so dass die äussere Arbeitswärme

$$= 166 \,.\, 10^9 \, mm^2 \, sec^{-2} = 166 \,.\, 10^7 \, cm^2 \, sec^{-2},$$

d. h. $\frac{1}{13,6}$ der ganzen Verdampfungswärme ist.

In der gewöhnlichen conventionellen Darstellungsweise, wonach σ_1 in Calorien per Kilogramm gerechnet wird, ist in dem Ausdrucke

$$p\left(\frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\delta_2}\right)$$

der Druck p in $\frac{kg}{m^2}$ und jede der beiden Dichten in $\frac{kg}{m^3}$ zu rechnen und dann noch durch das mechanische Wärmeäquivalent 430 zu dividiren.

§ 40. Verbrennungswärme.

Bei der Verbrennung von m Kilogramm einer Substanz entstehe (durch Arbeitsleistung von Seiten der Molekularkräfte, also in deren Sinne) eine Wärmeproduction von Q Calorien; alsdann ist die Verbrennungswärme σ_2 der Substanz definirt durch

$$Q = m\sigma_2.$$

Auch die Verbrennungswärme ist somit ihrer Dimension nach gleichwerthig mit einer Temperaturerhöhung.

Für Wasserstoff ist z. B. die Verbrennungswärme gleich

$$1435 \,.\, 10^{11}\, mm^2\, sec^{-2} = 1435 \,.\, 10^9\, cm^2\, sec^{-2},$$

also nach § 37 gleichwerthig mit 34000 Celsiusgraden.

Mit andern Wärmevorgängen bei chemischen Processen verhält es sich ähnlich.

§ 41. Ausdehnungscoefficienten.

Der wahre lineare Ausdehnungscoefficient β eines festen Körpers bei der vom Eispunkte aus gezählten Temperatur ϑ ist definirt durch

$$\beta = \frac{1}{l\frac{d\vartheta}{dl} - \vartheta},$$

wenn l die in Betracht gezogene Länge des Körpers bei der Temperatur ϑ und dl seine mit der Temperaturerhöhung $d\vartheta$ verbundene Verlängerung ist. Demnach ist

$$(dim\, \beta) = \left(dim\, \frac{1}{\vartheta}\right) = L^{-2}\, T^2$$

im absoluten Maasse.

Für den mittleren linearen Ausdehnungscoefficienten β_1 zwischen den endlich auseinanderliegenden Temperaturen ϑ und ϑ_1 hat man

$$\beta_1 = \frac{l_1 - l}{l\vartheta_1 - l_1\vartheta},$$

wenn l und l_1 die zu den Temperaturen ϑ und ϑ_1 gehörigen Längen des Körpers sind. β_1 hat natürlich dieselbe Dimension mit β.

So ist z. B. für Eisen zwischen 0 und 100° Celsius

$$\beta_1 = \frac{0{,}000012}{422 \,.\, 10^7} mm^{-2} sec^2 = 28 \,.\, 10^{-16} mm^{-2} sec^2$$
$$= 28 \,.\, 10^{-14} cm^{-2} sec^2$$

durchschnittlich für jede absolute Temperatureinheit im Sinne des § 37.

Als cubische Ausdehnungscoefficienten isotroper fester Körper, die sich nach allen Richtungen gleichmässig durch die Wärme ausdehnen, wendet man die dreifachen Werthe der linearen Coefficienten an.

Für Flüssigkeiten und Gase können nur cubische Ausdehnungscoefficienten in Betracht kommen. Sie sind entsprechend dem Vorstehenden durch

$$\alpha = \frac{1}{V\frac{d\vartheta}{dV} - \vartheta} \quad \text{resp.} \quad \alpha_1 = \frac{V_1 - V}{V\vartheta_1 - V_1\vartheta}$$

definirt, wo V und V_1 die zu den Temperaturen ϑ und ϑ_1 (beide vom Eispunkte aus gezählt) gehörigen Volumina sind. Dabei ist namentlich für Gase das Constantbleiben des Druckes während der Volumausdehnung vorausgesetzt.

Bei Gasen werden häufig auch umgekehrt die Druckveränderungen, welche bei constantem Volumen durch Erwärmung erfolgen, in Betracht gezogen und ist der dabei einzuführende Druckausdehnungscoefficient gegeben durch

$$\alpha_2 = \frac{1}{p\frac{d\vartheta}{dp} - \vartheta} \quad \text{resp.} \quad \alpha_3 = \frac{p_1 - p}{p\vartheta_1 - p_1\vartheta},$$

wo die Drucke p und p_1 einfach an die Stelle der Volumina V und V_1 von vorhin treten.

Die sämmtlichen Coefficienten α, α_1, α_2, α_3 haben, wie β und β_1, die Dimension $L^{-2}\, T^2$.

Für alle vollkommenen Gase haben die vier Coefficienten α, α_1, α_2, α_3 den gleichen überall constanten Werth

$$\frac{0{,}003663}{422\,.\,10^7}\,mm^{-2}\,sec^2 = 868\,.\,10^{-15}\,mm^{-2}\,sec^2$$
$$= 868\,.\,10^{-13}\,cm^{-2}\,sec^2$$

für jede absolute Temperatureinheit im Sinne des § 37.

Es sei noch erwähnt, dass durch die im gegenwärtigen Paragraphen eingehaltene Bedingung, alle Temperaturen vom Eispunkte aus zu zählen, die sämmtlichen Ausdehnungen implicite von den für diesen Punkt geltenden Verhältnissen aus gerechnet sind, wie es allgemein üblich ist.

§ 42. Constante des Gasgesetzes.

Das Doppelgesetz von Mariotte und Gay-Lussac für *vollkommene* Gase lautet (in Uebereinstimmung mit den Folgerungen der kinetischen Gastheorie)

$$\frac{p}{\delta} = RS.$$

Hierin ist p der Druck des Gases per Flächeneinheit, δ seine Dichte und S die von dem sogenannten absoluten Nullpunkte an gezählte Temperatur, welcher Punkt nach der Celsiusskala bei -273^0 liegen würde $\left(\text{es ist } 273 = \frac{1}{0{,}003663}\right)$ und die Bedeutung hat, dass bei ihm die stets mit $\sqrt{S}$ proportionalen Molekulargeschwindigkeiten Null werden. R endlich heisst die Constante des Gasgesetzes und hat für jedes Gas einen bestimmten Werth. Ihre Dimension ist

$$(dim\,R) = \left(dim\,\frac{p}{\delta S}\right) = \frac{ML^{-1}\,T^{-2}}{ML^{-3}\,.\,L^2\,T^{-2}} = 1,$$

so dass diese Constante eine blosse Zahl ist.

Für Luft würden z. B. in dem System des § 37 zusammengehören (vergl. § 35)

$$S = 273\,.\,422\,.\,10^7\,mm^2\,sec^{-2} = 273\,.\,422\,.\,10^5\,cm^2\,sec^{-2}$$
$$p = 10135\,.\,10^4\,mg\,mm^{-1}\,sec^{-2} = 10135\,.\,10^2\,g\,cm^{-1}\,sec^{-2}$$
$$\delta = 0{,}001293\,mg\,mm^{-3} = 0{,}001293\,g\,cm^{-3}$$

und folglich $R = 0{,}068$ sein.

In der gewöhnlichen Darstellungsweise wird statt dessen gerechnet mit

$$S = 273$$
$$p = 10332\, kg\, m^{-2}$$
$$\delta = 1{,}293\, kg\, m^{-3}$$

und danach $R = 29{,}3$ gewonnen. Hierbei geht indessen der blosse Zahlencharakter von R verloren und wird dasselbe von der zu Grunde gelegten Längeneinheit abhängig.

Für die Constante R, wenn sie im calorimetrischen absoluten Maasse gemessen wird, besteht noch das Gesetz, dass sie einfach gleich der Differenz der specifischen Wärme s_p des jedesmaligen Gases für constanten Druck und der specifischen Wärme s desselben für constantes Volumen ist.

Der Werth $\frac{1}{\delta}$ wird in dem Gasgesetze häufig als besondere Grösse v geschrieben und specifisches Volumen genannt. Die Dimension des specifischen Volumens ist demnach hier, wie überhaupt

$$(dim\, v) = M^{-1} L^3.$$

§ 43. Druckeinfluss bei Aggregatzustandsveränderungen.

Die Schmelztemperatur sowohl wie die Verdampfungstemperatur eines Körpers sind bestimmte Temperaturen, die für die ganze Dauer der Aggregatzustandsveränderung constant bleiben, so lange der äussere Druck constant ist. Beide Temperaturen ϑ ändern sich aber mit geändertem äussern Drucke p bei Anwendung des calorimetrischen absoluten Maasses nach folgendem Gesetz

$$\frac{d\vartheta}{dp} = \frac{S(v_1 - v_2)}{\sigma}.$$

Hierin ist S die in der Temperatureinheit des § 37 ausgedrückte Temperatur vom absoluten Nullpunkt (§ 42) an gezählt, v_1 das specifische Volumen (§ 42) für den Aggregatzustand mit geringerem Zusammenhang der Moleküle, v_2 dasselbe für den Aggregatzustand mit stärkerem Zusammenhang der Moleküle, σ die Schmelz- resp. Verdampfungswärme (§ 39). Der Quotient $\frac{d\vartheta}{dp}$ hat die Dimension

$$\frac{L^2 T^{-2}}{M L^{-1} T^{-2}} = M^{-1} L^3,$$

der Werth rechter Hand in obiger Gleichung ferner die Dimension

$$\frac{L^2T^{-2}.M^{-1}L^3}{L^2T^{-2}} = M^{-1}L^3,$$

so dass die erforderliche Uebereinstimmung herrscht. Die Grösse σ ist hierbei selbst von der jedesmaligen Schmelz- resp. Verdampfungstemperatur abhängig (vergl. § 39), was indessen beim Schmelzen wenig in Betracht kommt, da es sich dort in der Regel nur um geringe Veränderungen der Schmelztemperatur handelt.

Für den Uebergang Eis-Wasser ist beispielsweise bei 0° Celsius nahezu

$$v_1 = 1\, mg^{-1}\, mm^3 = 1\, g^{-1}\, cm^3$$
$$v_2 = 1{,}09\, mg^{-1}\, mm^3 = 1{,}09\, g^{-1}\, cm^3$$
$$\sigma = 3376\,.\,10^8\, mm^2\, sec^{-2} = 3376\,.\,10^6\, cm^2\, sec^{-2}$$

und folglich

$$\frac{d\vartheta}{dp} = -\frac{273\,.\,422\,.\,10^7\,.\,0{,}09}{3376\,.\,10^8}\, mg^{-1}\, mm^3$$
$$= -0{,}307\, mg^{-1}\, mm^3 = -0{,}307\, g^{-1}\, cm^3.$$

Um so viel absolute Temperatureinheiten im Sinne des § 37 sinkt also hier die Schmelztemperatur, wenn der Druck um $1\, mg\, mm^{-1}\, sec^{-2}$ (resp. um $1\, g\, cm^{-1}\, sec^{-2}$) stärker genommen wird.

In der gewöhnlichen Darstellungsweise, wonach die Temperatursenkung in Celsiusgraden per Druckzunahme in normalen Pariser Atmosphären gerechnet wird, wäre die vorstehende Zahl rücksichtlich $d\vartheta$ durch $422\,.\,10^7$ (resp. $422\,.\,10^5$) zu dividiren und rücksichtlich dp mit $10135\,.\,10^4$ (resp. $10135\,.\,10^2$) zu multipliciren, würde also zu

$$-0{,}307 \cdot \frac{10135\,.\,10^4}{422\,.\,10^7} = -0{,}00737.$$

Das obige Gesetz würde hierfür lauten

$$\frac{d\vartheta}{dp} = \frac{AS(v_1 - v_2)}{\sigma},$$

wo A der reciproke Werth des mechanischen Wärmeäquivalents, also $= \frac{1}{430}$ wäre.

Für den Uebergang Wasser-Wasserdampf bei 100° Celsius ist ebenso nach calorimetrischem absoluten Maasse

$$v_1 = 1640\, mg^{-1}\, mm^3 \text{ (vergl. § 39)},$$
$$v_2 \text{ zu vernachlässigen},$$
$$\sigma = 2262\,.\,10^9\, mm^2\, sec^{-2},$$

also

$$\frac{d\vartheta}{dp} = \frac{373\,.\,422\,.\,10^7\,.\,1640}{2262\,.\,10^9}\, mg^{-1}\, mm^3 = 1141\, mg^{-1}\, mm^3.$$

In der gewöhnlichen Darstellungsweise wäre, wie oben, $1141 \cdot \frac{10135\,.\,10^4}{422\,.\,10^7} = 27{,}4$ zu rechnen oder, wenn der Druck in $kg\, m^{-2}$ genommen werden soll,

$$1141 \cdot \frac{9809}{422\,.\,10^7} = 0{,}00265.$$

§ 44. Adiabatische Compression.

Bei einer adiabatischen, d. h. ohne Wärmezufuhr oder Wärmeabfuhr von aussen stattfindenden Zusammendrückung ist die gleichzeitig auftretende Temperaturänderung $d\vartheta$ mit der Druckänderung dp durch das Gesetz verbunden

$$\frac{d\vartheta}{dp} = \frac{S\left(\frac{dv}{d\vartheta}\right)_p}{s_p}.$$

Hierin ist S wie im vorigen Paragraphen zu verstehen; $\left(\frac{dv}{d\vartheta}\right)_p$ ist die Ausdehnung des specifischen Volumens für Temperaturerhöhung und s_p die specifische Wärme, beides so gerechnet, wie es sich für Constantbleiben des anfänglichen Druckes ergeben würde; endlich sind alle Grössen im calorimetrischen absoluten Maasse auszudrücken.

Der Dimension nach muss $\frac{d\vartheta}{dp}$, wie im vorigen Paragraphen, $M^{-1}L^3$ sein, was sich hier auf der rechten Seite der obigen Gleichung direct ergiebt, da s_p eine Zahl ist, S und ϑ eine übereinstimmende Bedeutung haben und somit nur ein specifisches Volumen übrig bleibt, dessen Dimension $M^{-1}L^3$ ist (§ 42).

Für Wasser von 10° Celsius beträgt z. B. die Ausdehnung des specifischen Volumens per 1° Celsius 0,000092, während s_p nahezu 1 ist, folglich ist dort

$$\frac{d\vartheta}{dp} = 283 \,.\, 422 \,.\, 10^7 \cdot \frac{92 \,.\, 10^{-6}}{422 \,.\, 10^7} = 0{,}026 \, mg^{-1}\, mm^3 = 0{,}026 \, g^{-1}\, cm^3.$$

In der gewöhnlichen Darstellungsweise, wobei in dem obigen Gesetze wieder, wie im analogen Falle des vorigen Paragraphen, der Werth des mechanischen Wärmeäquivalents in den Nenner rechter Hand zu setzen ist, ist $\frac{d\vartheta}{dp}$ in Celsiusgraden per Atmosphärendruck (vergl. § 43)

$$= 0{,}026 \frac{10135 \,.\, 10^4}{422 \,.\, 10^7} = 0{,}62 \,.\, 10^{-3}.$$

Wenn man bei einem vollkommenen Gase von den beiden dafür in § 42 angeführten Gesetzen Gebrauch macht, so erhält man zunächst

$$\left(\frac{dv}{d\vartheta}\right)_p = \left(\frac{dv}{dS}\right)_p = \frac{R}{p}$$

und damit für das hier in Rede stehende Gesetz bei einem vollkommenen Gase

$$\frac{d\vartheta}{dp} = \frac{1}{\delta \,.\, s_p} = \frac{S\,(s_p - s)}{p \,.\, s_p},$$

woraus ohne Weiteres die richtige Dimension einleuchtet. Auch die $\left(dim \frac{dv}{d\vartheta}\right) = \frac{M^{-1} L^3}{L^2 T^{-2}} = M^{-1} L T^2$ ist vorstehend richtig durch den reciproken Werth eines Druckes gegeben.

Für Luft würde man z. B. von der für 0° Celsius und den normalen Pariser Atmosphärendruck geltenden Dichte 0,001293 $mg\, mm^{-3}$ ausgehend mit dem dortigen Werthe $s_p = 0{,}238$ im calorimetrischen absoluten Maasse erhalten

$$\frac{d\vartheta}{dp} = 3250 \, mg^{-1}\, mm^3,$$

also ausserordentlich viel mehr, als oben für Wasser. Bei einigermaassen grossen Ueberdrucken ist deshalb von der vorigen Differentialgleichung kein Gebrauch mehr zu machen, vielmehr statt derselben die dazu gehörige endliche Gleichung

$$\frac{S}{S_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{s_p - s}{s_p}}$$

für Gase anzuwenden.

Die für die adiabatische Compression giltigen Verhältnisse spielen auch Rolle bei der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Gasen, da die dort vorkommenden Ueberdrucke so schnell verlaufen, dass kein Wärmeaustausch gegen aussen in irgend merklicher Weise stattfinden kann. Der Compressibilitätscoefficient ist deshalb hierbei nicht, wie es in § 35 zunächst auf Grundlage des Mariotte'schen Gesetzes allein angenommen wurde, einfach gleich dem anfänglichen Drucke, sondern mit Berücksichtigung der Temperaturveränderungen folgendermaassen zu berechnen.

Es sei Druck und specifisches Volumen durch p und v bezeichnet, die im Falle akustischer Wellenbewegungen stets kleinen Veränderungen daran durch dp und dv, so ist nach § 42

$$\frac{pv}{S} = \frac{(p + dp)(v - dv)}{S + dS},$$

woraus sich der Compressibilitätscoefficient

$$\frac{dp \, . \, v}{dv} = \frac{pv \, dS + pS \, dv}{S dv}$$

ergiebt. Das würde für $dS = 0$ wiederum einfach p sein; jetzt ist indesssen das durch die adiabatische Zusammendrückung giltige dS nach dem obigen Gesetze als

$$dS = d\vartheta = \frac{S(s_p - s)}{p s_p} dp$$

einzuführen und erhält man damit

$$\frac{dp \, . \, v}{dv} = p \frac{s_p}{s}$$

als Compressibilitätscoefficient.

Der Factor $\frac{s_p}{s}$ ist für Luft gleich 1,4, wie es schon zu Ende des § 35 verwerthet wurde.

Bei festen und flüssigen Körpern ist die aus einer analogen Betrachtung der adiabatischen Verhältnisse sich ergebende Correction für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit akustischer Wellen-

bewegungen von einem so kleinen Betrage, dass man sie vernachlässigen kann.

§ 45. Wärmeleitungsconstante.

Uebertragungen von Wärmemengen (= Energiequantitäten) können in verschiedener Weise vor sich gehen. Vermittelst innerer Leitung fliesst in der Zeit t durch einen Querschnitt q eines Körpers bei stationär gewordener Strömung eine Wärmemenge

$$Q = -kq\frac{d\vartheta}{dl}t,$$

wenn $d\vartheta$ die Temperaturdifferenz für die normal zu dem Querschnitt q daselbst genommene Länge dl ist und k die Wärmeleitungsconstante für den Körper bedeutet. Für die letztere Constante hat man also

$$k = -\frac{Q}{qt}\cdot\frac{dl}{d\vartheta}$$

und ist somit (vergl. §§ 36 und 37)

$$(dim\,k) = \frac{ML^2T^{-2}}{L^2T}\cdot\frac{L}{L^2T^{-2}} = ML^{-1}T^{-1}.$$

Für Eisen ist z. B. bei 50° Celsius

$$k = 18\,mg\,mm^{-1}\,sec^{-1} = 0{,}18\,g\,cm^{-1}\,sec^{-1},$$

für Wasser bei 40° Celsius

$$k = 0{,}16\,mg\,mm^{-1}\,sec^{-1} = 0{,}0016\,g\,cm^{-1}\,sec^{-1},$$

für Luft von 0° Celsius etwa

$$k = 5\,.\,10^{-3}\,mg\,mm^{-1}\,sec^{-1} = 5\,.\,10^{-5}\,g\,cm^{-1}\,sec^{-1}.$$

Da in dem Werthe für k eine Wärmemenge im Zähler und eine Temperaturdifferenz im Nenner vorkommt, so ist nach §§ 36 und 37 k unabhängig von dem in dem mechanischen Wärmeäquivalent gegebenen Werthe. Wärmemenge und Temperatur bedingen zusammen in der Dimension von k eben nur eine Masse und hängt es also von der gewählten Masseneinheit ab, wie die Wärmeeinheit im Verhältniss zur Temperatureinheit hier zu verstehen ist. So würde beim Eisen z. B. etwa mit Calorien und Celsiusgraden gerechnet sein, wenn man setzte

$$k = 18\,.\,10^{-6}\,kg\,mm^{-1}\,sec^{-1}$$

oder

$$k = 18\,.\,10^{-5}\,kg\,cm^{-1}\,sec^{-1}.$$

Bei Gasen steht die Wärmeleitungsconstante nach der kinetischen Gastheorie in einfacher Beziehung zu der in § 31 behandelten Reibungsconstanten. Es ist nämlich, wenn die Constanten k für Wärmeleitung und η für Reibung eines Gases beide im absoluten Maasse ausgedrückt werden und s die specifische Wärme des Gases bei constantem Volumen bedeutet,

$$k = n s \eta,$$

worin n eine einfache Zahl ist, über deren genaueren Werth verschiedene Autoren etwas verschiedene Angaben machen. Diese Gleichung gilt für jede Temperatur, indem k und η mit steigender Temperatur in demselben Maasse wachsen, falls s bei einem Gase von der Temperatur unabhängig ist.

Da n und s (vergl. über letzteres § 38) einfache Zahlen sind, so muss gemäss der vorstehenden Gleichung die Dimension von k mit der von η übereinstimmen, was nach § 31 auch der Fall ist.

Für Luft ist beispielsweise $s = 0{,}17$ und würde bei 0° Celsius nach den Zahlenangaben von § 31 und oben

$$n = \frac{k}{s\eta} = \frac{0{,}005}{0{,}17 \, . \, 0{,}019} = 1{,}6$$

sein, was inmitten der über n gemachten Angaben liegt.

§ 46. Erkaltungsgeschwindigkeit.

Bei der Wärmeabgabe von Seiten eines Körpers nach aussen wird der Differentialquotient $\frac{d\vartheta}{dt}$ aus der Temperatursenkung $d\vartheta$ und der zugehörigen Zeit dt die Erkaltungsgeschwindigkeit genannt. Die Dimension derselben ist

$$\left(dim \frac{d\vartheta}{dt}\right) = \frac{L^2 T^{-2}}{T} = L^2 T^{-3}.$$

Die während der Zeit dt abgegebene Wärmemenge dQ lässt sich unter der Voraussetzung, dass der Körper durch sein ganzes Innere stets übereinstimmende Temperatur hat, durch die Erkaltungsgeschwindigkeit folgendermaassen ausdrücken

$$dQ = -ms \frac{d\vartheta}{dt} dt,$$

wenn m die Masse des abgebenden Körpers und s seine specifische Wärme für die bei der Abgabe stattfindenden Umstände ist. Hierin ist die Dimension von dQ, nämlich (§ 36) $ML^2 T^{-2}$, auch rechter Hand gegeben, da

$$\left(dim\, ms \frac{d\vartheta}{dt} dt\right) = ML^2 T^{-3} T = ML^2 T^{-2}$$

ist.

§ 47. Wärmeabgabeconstante.

Eine nach aussen abgegebene Wärmemenge wird häufig auch mit Hilfe der sogenannten Wärmeabgabeconstanten k_1 ausgedrückt, indem man für die Zeit dt setzt

$$dQ = k_1 q (\vartheta - \vartheta_0) dt,$$

worin q die abgebende Oberfläche des Körpers und $(\vartheta - \vartheta_0)$ sein Temperaturüberschuss über die Temperatur der Umgebung, wohinein die Wärmeabgabe erfolgt, ist. Demnach ist die Dimension dieser Constanten

$$(dim\, k_1) = \left(dim \frac{Q}{q\vartheta t}\right) = \frac{ML^2 T^{-2}}{L^2 . L^2 T^{-2} . T} = ML^{-2} T^{-1}.$$

Da hier wiederum eine Wärmemenge im Zähler und eine Temperatur im Nenner vorkommt, so gilt das über die Bedeutung der Masse bei der Wärmeleitungsconstanten (§ 45) Bemerkte auch hier.

Für Eisen in Luft unter gewöhnlichen Umständen erkaltend würde beispielsweise bei der Temperatur ϑ_0 von etwa 40° Celsius

$$k_1 = 266 . 10^{-5}\, mg\, mm^{-2}\, sec^{-1}$$
$$= 266 . 10^{-6}\, g\, cm^{-2}\, sec^{-1}$$

sein oder auch

$$= 266 . 10^{-9}\, kg\, cm^{-2}\, sec^{-1}.$$

Aus dem Vergleich der Formeln des vorigen und des gegenwärtigen Paragraphen für die abgegebene Wärmemenge ergiebt sich als Beziehung zwischen der Erkaltungsgeschwindigkeit und der Wärmeabgabeconstanten

$$-\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{k_1 q (\vartheta - \vartheta_0)}{ms}.$$

Gemäss den experimentellen Bestimmungen, die für $\frac{d\vartheta}{dt}$ ausgeführt sind, folgt hiernach für k_1, dass es nicht eine für

den wärmeabgebenden Körper specifische Constante ist, sondern auch von der Natur und Beschaffenheit der Umgebung, wohinein die Wärmeabgabe erfolgt, abhängt, sowie ferner für grosse Differenzen $(\vartheta - \vartheta_0)$ und für grössere ϑ_0 grössere Werthe annimmt.

Die Wärmeleitungsconstante k (§ 45) und die Wärmeabgabeconstante k_1 werden in mehreren experimentellen Methoden nur in ihrem gegenseitigen Verhältnisse, nicht aber einzeln gewonnen. Das Verhältniss $\frac{k_1}{k}$ hat aber die Dimension

$$\left(dim \frac{k_1}{k}\right) = \frac{ML^{-2}\, T^{-1}}{ML^{-1}\, T^{-1}} = L^{-1}$$

und kann das zur Controlirung der betreffenden Resultate dienen. So gilt z. B. für die stationäre Temperaturvertheilung (ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 an drei aufeinanderfolgenden um je die Länge l entfernten Querschnitten) eines leitenden und nach aussen abgebenden Stabes, der einseitig erhitzt wird, in erster Annäherung

$$\sqrt{\frac{k_1 l_1}{kq}} = \frac{1}{l} \log nat \left\{ \frac{\vartheta_1 + \vartheta_3}{2\vartheta_2} + \sqrt{\left(\frac{\vartheta_1 + \vartheta_3}{2\vartheta_2}\right)^2 - 1} \right\},$$

wo l_1 den Umfang und q den Querschnitt des Stabes bedeuten. Hier wird richtig links die Dimension

$$\sqrt{\frac{L^{-1} . L}{L^2}} = L^{-1}$$

gewonnen, welche auch rechts vorkommt.

§ 48. Heizungscoefficient.

Bei der stationären Wärmeüberführung vermittelst einer Zwischenwand aus einem Medium in ein anderes kommen, wenn seitlich von der Ueberführungsrichtung adiabatisches Verhalten vorausgesetzt wird, in Betracht:

1. die Wärmeabgabeconstante k_1 aus dem ersten Medium an die Wand;
2. die Wärmeleitungsconstante k im Innern der Wand;
3. die Wärmeabgabeconstante k_2 aus der Wand an das zweite Medium.

Die in der Zeit t übergeführte Wärmemenge ist

$$Q = wq(\vartheta - \vartheta_0)\,t,$$

wenn q die Fläche der Wand normal zur Ueberführungsrichtung, ϑ die im ganzen ersten Medium gleichmässig herrschende Temperatur und ϑ_0 dasselbe für das zweite Medium bedeutet und endlich w den sogenannten Heizungscoefficienten darstellt. Der letztere ist mit den drei genannten Constanten und der Dicke l der Wand (gemessen längs der Ueberführungsrichtung) durch die Beziehung verbunden

$$w = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{l}{k}}.$$

Hier haben die einzelnen Summanden im Nenner rechts die gleiche Dimension (vergl. § 47) und w hat die Dimension

$$(dim\, w) = ML^{-2}\,T^{-1}.$$

Aus

$$w = \frac{Q}{q(\vartheta - \vartheta_0)\,t}$$

folgt rechts wiederum dieselbe Dimension

$$\frac{ML^2\,T^{-2}}{L^2\,.\,L^2\,T^{-2}\,.\,T} = ML^{-2}\,T^{-1}.$$

In dem Werthe des Heizungscoefficienten müssen sich nach § 47 alle Umstände der Einrichtung geltend machen.

Für die Ueberführung aus Luft durch eine gewöhnliche Ziegelmauer von 100 *mm* Dicke in Luft ist beispielsweise bei mässigen Temperaturdifferenzen nicht weit vom Eispunkte

$$w = 64\,.\,10^{-5}\,mg\,mm^{-2}\,sec^{-1}$$
$$= 64\,.\,10^{-6}\,g\,cm^{-2}\,sec^{-1}$$

oder auch, um das *kg* als Masseneinheit zu haben (vergl. § 45),

$$w = 64\,.\,10^{-9}\,kg\,cm^{-2}\,sec^{-1}.$$

Viertes Capitel.

Optik.

§ 49. Lichtäther.

Eine Wärmeübertragung kann auch vermittelst Strahlung durch den Weltenraum erfolgen und ist während dieses Vorganges der schon in § 20 erwähnte Lichtäther als die in Bewegung befindliche Masse anzusehen. Diese selbe Bewegung des Lichtäthers bildet auch die Grundlage der optischen Erscheinungen, welche als die genauest bekannten Bewegungserscheinungen am Lichtäther überhaupt am meisten zur Kenntniss desselben beigetragen haben. Man wird aber naheliegender Weise versuchen müssen, ausser den für die Optik und Wärmestrahlung einzuführenden Bewegungen des Lichtäthers auch solche Bewegungen desselben anzunehmen, welche die übrigen durch den Weltenraum verlaufenden physikalischen Wirkungen zu erklären im Stande sind. Dahin gehören die Gravitation und die im nächsten Capitel zu besprechenden sogenannten elektrischen und magnetischen Fernwirkungen. Endlich wurde in § 24 der Lichtäther schon als möglicherweise zur Erklärung der Molekularvorgänge erforderlich hervorgehoben.

Dabei ist es selbstverständlich, dass nicht die zu einem Zwecke angenommenen Bewegungen des Aethers solcher Art sein dürfen, dass damit die zu einem andern Zweck anzunehmenden Bewegungen desselben unverträglich sein würden, ein Punkt, der zum Theil bei neueren Speculationen nicht genügend beachtet wird.

Das ganze Gebiet der Bewegungen des Lichtäthers ist nach diesen Andeutungen ebenso complicirt, als es für die Weiterentwickelung der Physik wahrscheinlich entscheidend ist.

Der Lichtäther als Bewegungssubstrat für irgend eines der genannten Gebiete physikalischer Erscheinungen muss selbstverständlicher Weise eine Masse vorstellen, d. h. Gewicht in der Ausdrucksweise des absoluten Maasssystems haben. Die

Dichte des Aethers ist zwar ausserordentlich klein, aber jedenfalls, wie aus den Vorgängen bei der Wärmeübertragung vermittelst des Aethers geschlossen werden kann, entschieden grösser als

$$10^{-22}\, mg\, mm^{-3}.$$

§ 50. Optische Wellenbewegung.

Nach einer äusserst wahrscheinlichen Hypothese findet bei den optischen Erscheinungen und bei den damit zusammenfallenden Erscheinungen der Wärmestrahlung eine Wellenbewegung des Aethers statt, welche die hauptsächlich charakteristischen Eigenschaften der in der Akustik besprochenen Wellenbewegungen (§ 33flgg.) gleichfalls besitzt. Es besteht auch hier die Beziehung

$$l = c\tau$$

zwischen der Wellenlänge l, der Schwingungsdauer τ (wiederum für Hin- und Hergang zählend) und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c in der frühern Bedeutung dieser drei Grössen.

Die Schwingungsdauern oder ihre reciproken Werthe N, die Schwingungszahlen, bestimmen hier die Farben. Die Schwingungszahlen sind gegenüber den in der Akustik vorkommenden ausserordentlich gross, das mittlere unmittelbar sichtbare Farbengebiet hat Schwingungszahlen zwischen etwa $393 \,.\, 10^{12}\, sec^{-1}$ (für äusserstes Roth) und $765 \,.\, 10^{12}\, sec^{-1}$ (für äusserstes Violett).

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat im freien Weltenraum den für alle Farben übereinstimmenden Werth

$$c = 3 \,.\, 10^{11}\, mm\, sec^{-1} = 3 \,.\, 10^{10}\, cm\, sec^{-1}.$$

Aus diesen Werthen folgen für die Wellenlängen der sichtbaren Farben im freien Weltenraume die sehr kleinen Beträge von

$$l = 76 \,.\, 10^{-5}\, mm = 76 \,.\, 10^{-6}\, cm \text{ (für äusserstes Roth)}$$

bis

$$l = 39 \,.\, 10^{-5}\, mm = 39 \,.\, 10^{-6}\, cm \text{ (für äusserstes Violett).}$$

Die im freien Weltenraum stets gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist umgekehrt proportional zu setzen der Quadratwurzel aus der Dichte des Aethers im Weltenraum und direct proportional der Quadratwurzel aus einer Grösse, welche für den Aether eine analoge Rolle spielt, wie beispielsweise der Elasticitätsmodul oder der Compressibilitätscoefficient für die Wellenbewegungen der in der Akustik betrachteten Substanzen. Diese Grösse muss ihrer Dimension nach $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$ bedeuten. Ueber einen Grenzwerth derselben lässt sich Folgendes sagen. Wenn die Grösse mit irgend einem der für die elastischen Verhältnisse der gewöhnlichen Substanzen früher eingeführten Coefficienten (resp. Module) gleichbedeutend für den Aether sein soll, so ist diejenige Zahl, womit das Verhältniss der genannten Quadratwurzeln noch zu multipliciren ist, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu geben, 1 oder ein echter Bruch. Daraus und aus dem Grenzwerthe der Aetherdichte (§ 49) ergiebt sich, dass in diesem Sinne die Grösse einen entschieden höheren Werth als

$$9\, mg\, mm^{-1}\, sec^{-2} = 0{,}09\, g\, cm^{-1}\, sec^{-2}$$

hat. Die Grösse würde also entschieden mehr betragen, als der Druck von 10^{-7} Atmosphären. Dieser für die Verhältnisse der sehr feinen Aethersubstanz enorme Betrag hängt nach dem Obigen direct zusammen mit den grossen Schwingungszahlen, welche bei den Wellenbewegungen des Aethers anzunehmen sind.

Wie übrigens die Bewegungsübertragung zwischen den schwingenden Aethertheilchen, wofür die hier besprochene Grösse maassgebend ist, eigentlich erfolgt, darüber fehlt es durchaus an einer genügenden Vorstellung.

Aus den optischen Thatsachen ist noch Folgendes zu schliessen für die Wellenbewegung des freien Lichtäthers:

1. die Wellenbewegung ist eine transversale, d. h. die Ausweichungen der Theilchen gehen in irgend einer Weise normal zur Fortpflanzungsrichtung vor sich;
2. bei der Fortpflanzung der Wellenbewegung gilt das Princip von der Erhaltung der Energie. Die Energie für eine in Schwingungsbewegung befindliche Aether-

masse wird dabei mit ihrem Mittelwerthe in Rechnung kommen, also z. B. für eine einfache Sinusschwingung mit dem Werthe

$$\frac{m\pi^2 \xi^2}{\tau^2},$$

worin m die Masse des Aethers, ξ die Amplitude, τ die Schwingungsdauer und das Ganze somit in der That eine Energie bedeutet.

Diese beiden Punkte sind wohl im Auge zu behalten, wenn es sich um die Annahme irgend welcher allgemein giltigen Eigenschaften, d. h. Bewegungsbedingungen, des Aethers zum Zwecke der Erklärung irgend welcher anderen physikalischen Erscheinungen vermittelst des Lichtäthers handelt. So schliesst z. B. der erste Punkt es aus, für den Aether die gleichen Bewegungsbedingungen wie für gewöhnliche Gase anzunehmen, da in letzteren nur longitudinale Wellenbewegungen sich fortpflanzen können.

§ 51. Brechungsindices.

Der Lichtäther ist ausser im freien Weltenraum auch zwischen den Molekülen der gewöhnlichen Substanzen anzunehmen. Eine optische Wellenbewegung kann danach auch durch eine solche Substanz hindurch ihren Fortgang nehmen. Alsdann findet aber eine theilweise Bewegungsübertragung auf die Moleküle der Substanz und somit eine Bewegungsbeeinflussung für die Wellenbewegung des Aethers statt. Als Resultat dieses Einflusses der gewöhnlichen Moleküle auf die Lichtbewegung ergiebt sich zunächst ganz allgemein eine kleinere Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die letztere und damit die Möglichkeit einer Ablenkung (Brechung) der Wellenbewegung. Ausserdem zeigt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht mehr das einfache Verhalten, wie es im vorigen Paragraphen für den freien Aether angegeben wurde, sondern ist in mehrfacher Beziehung variabel. Einmal ist sie hier stets für die verschiedenen Farben verschieden, wodurch die Dispersionserscheinungen bedingt sind. Ferner ist sie in denjenigen Substanzen, welche eine verschiedene Anordnung der Moleküle

nach den verschiedenen Richtungen darbieten (in den sogenannten anisotropen Substanzen), auch für dieselbe Farbe nicht nur verschieden je nach der Richtung, sondern es giebt dabei sogar im Allgemeinen für jede Richtung zugleich zwei Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Für die beiden Wellenbewegungen derselben Farbe, welche sich sonach in einer anisotropen Substanz nach einer bestimmten Richtung verschieden schnell ausbreiten können, stehen die Ausweichungen der Theilchen normal zu einander. Durch diese Verhältnisse ist die Doppelbrechung, d. h. die Zerlegung einer auf einen anisotropen Körper treffenden Wellenbewegung in zwei verschieden abgelenkte Bewegungen im Innern des Körpers bedingt.

Alle hier erwähnten Unterschiede in den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten rufen wegen der stets giltigen Formel (§ 50)

$$l = c\tau$$

proportionale Unterschiede in den Wellenlängen hervor, so lange man es mit einer bestimmten Farbe, d. h. mit einer bestimmten Schwingungsdauer τ zu thun hat. In Bezug auf den letztern Punkt möge hier noch bemerkt werden, dass die an einer bestimmten Stelle des Aethers giltige Farbe durch die dort giltige Schwingungsdauer, resp. Schwingungszahl bedingt ist und nicht nothwendig mit der am Ursprunge der optischen Wellenbewegung (an der Lichtquelle) geltenden übereinzustimmen braucht. Wird nämlich die Lichtquelle der betrachteten entfernten Stelle des Aethers mit einer Geschwindigkeit genähert, welche gegen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht verschwindend klein ist, so wird auf diese Stelle eine grössere Schwingungszahl und damit eine andere Farbe übertragen werden, als wenn dieselbe Lichtquelle der Stelle gegenüber ihren Platz ungeändert einhielt. Dabei ist, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch die blosse Annäherung der Lichtquelle sich nicht ändert, an der betrachteten Stelle die Wellenlänge nach der stets giltigen Formel in demselben Verhältnisse kleiner anzunehmen. Für den gewöhnlichen Fall einer den betrachteten Aetherstellen gegenüber ruhenden Lichtquelle gilt dagegen die Schwingungsdauer der Lichtquelle ungeändert überall.

Die verschiedenen Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit beim Durchgang der Wellenbewegungen durch gewöhnliche

Substanzen kommen zum Ausdrucke in den Brechungsindices, welche die Verhältnisse der stets gleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit im freien Weltenraume zu den verschiedenen (kleineren) Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in den Substanzen darstellen. Die Brechungsindices werden gemessen durch die Verhältnisse der zusammengehörigen *sinus* von Einfalls- und Brechungswinkel. Sie sind natürlich blosse Zahlen und haben für die bekannten Substanzen Werthe bis zu nicht ganz 3.

Wenn eine optische Wellenbewegung durch verschiedene Substanzen so hindurchgeht, dass die Fortpflanzungswege in den einzelnen Substanzen die Längen l_1, l_2, $l_3 \ldots$ haben und dazu die Brechungsindices μ_1, μ_2, $\mu_3 \ldots$ gehören, so heisst die Summe

$$\mu_1 l_1 + \mu_2 l_2 + \mu_3 l_3 \ldots$$

die optische Länge für die Bewegung. Dieselbe ist ihrer Dimension nach also eine Länge und zwar ist sie gleich demjenigen Wege, den die Wellenbewegung während der gleichen Gesammtzeit im freien Weltenraume zurückgelegt haben würde.

Fünftes Capitel.

Elektricitätslehre.

§ 52. Substrat der elektrischen und magnetischen Bewegungserscheinungen.

Die elektrischen, sowie die darauf zurückzuführenden magnetischen Erscheinungen sind von einer endgiltigen physikalischen Erklärung noch am weitesten entfernt. Bei ihnen herrscht auch in Bezug auf das Substrat der Bewegungen noch eine weitgehende Meinungsverschiedenheit. Für die sogenannten Fernwirkungen auf diesem Gebiete ist es indessen nothwendig, eine Masse als Träger der Bewegungen anzunehmen, die auch im freien Weltenraum vorhanden ist. Dazu wird man zunächst

den Lichtäther heranzuziehen haben und erscheint es im Zusammenhange hiermit, sowie mit Rücksicht auf mancherlei innige Beziehungen zwischen optischen und elektrischen Erscheinungen als nicht unwahrscheinlich, dass der Lichtäther überhaupt das eigentliche Substrat der elektrischen (und magnetischen) Erscheinungen ist.

Bei dieser Annahme würde auch der Unterschied des sogenannten positiven und negativen elektrischen Fluidums bloss auf einem Gegensatze der elektrischen Bewegungserscheinungen beruhen, welche aus den zwischen dem Aether und den gewöhnlichen Substanzen obwaltenden Verhältnissen hervorgehen.

Die Unkenntniss der fundamentalen Bewegungserscheinungen auf diesem Gebiete bringt es mit sich, dass das absolute Maasssystem für dasselbe bis jetzt noch nicht vollständig durchführbar ist, sondern der ergänzenden Hinzufügung von gewissen willkürlichen Nebenbedingungen bedarf.

§ 53. Elektrostatisches und elektromagnetisches absolutes Maasssystem.

In den Beziehungen und Gesetzen der Elektricitätslehre spielen zwei Begriffe eine besonders hervorragende grundlegende Rolle, der einer Quantität Elektricität und der einer Quantität von freiem Magnetismus. Ein zweifelloser Zusammenhang dieser Begriffe mit den drei Grundbegriffen kann noch nicht aufgestellt werden und ist es deshalb je eine willkürliche Definition, welche diesen Zusammenhang herstellt und damit die Nebenbedingung für die Einführung des absoluten Maasssystems in die Elektricitätslehre abgiebt. Man hat danach zwei besonders hervorragende Systeme, das elektrostatische (oder kurz elektrische) absolute Maasssystem und das elektromagnetische (oder kurz magnetische) absolute Maasssystem. Der Umstand, dass man das absolute Maasssystem durch Zusatz noch einer weitern Bezeichnung näher charakterisiren muss, deutet eben hier, wie bei dem calorimetrischen absoluten System der Wärmelehre, die Nothwendigkeit der Hineinziehung einer Nebenbedingung an.

Die Fundirung der beiden genannten Systeme wird folgendermaassen gewonnen:

1. Elekrostatisches System. Nach dem Gesetze von Coulomb hat man für die anziehende oder abstossende Kraft zwischen zwei punktförmig gedachten Elektricitätsquantitäten ε und ε_1 in der Entfernung l den Werth

$$const \frac{\varepsilon \varepsilon_1}{l^2}.$$

Man definirt nun willkürlich die Elektricitätsquantität dadurch, dass man diesem Ausdrucke direct die Bedeutung einer Kraft beilegt, falls die Constante gleich der Zahl 1 gesetzt wird. Es ist also mit der nach § 8 zu verstehenden Kraft f

$$f = \frac{\varepsilon \varepsilon_1}{l^2}$$

$$(dim\, f) = M L T^{-2}$$

und folglich

$$(dim\, \varepsilon) = (dim\, \varepsilon_1) = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$$

im elektrostatischen absoluten Maasssystem.

2. Elektromagnetisches System. Nach einem ganz analogen Gesetze hat man für die anziehende oder abstossende Kraft zwischen zwei freien Magnetismen ω und ω_1 in der Entfernung l den Werth

$$const \frac{\omega \omega_1}{l^2}.$$

Im elektromagnetischen absoluten Maasssysteme setzt man diesen Ausdruck direct gleich einer Kraft, wenn die Constante willkürlich zu 1 genommen wird. Man hat daher in diesem Systeme für freien Magnetismus dieselbe Dimension, welche im vorigen Systeme für eine Elektricitätsquantität galt, nämlich

$$(dim\, \omega) = (dim\, \omega_1) = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}.$$

Die beiden Systeme führen begreiflicherweise ebenso, wie zu verschiedenen Dimensionen, auch zu verschiedenen Werthangaben bestimmter Grössen, worüber später weiter die Rede sein wird, wenn der innige Zusammenhang beider Systeme zur Erörterung gelangt.

In den folgenden Paragraphen sollen zunächst die wichtigsten elektrischen Begriffe im elektrostatischen und die wich-

tigsten magnetischen Begriffe im elektromagnetischen absoluten Systeme ausgedrückt werden.

§ 54. Elektricitätsquantität und Flächendichte.

Nach elektrostatischem Maasse wurde im vorigen Paragraphen die Dimension einer Quantität ε von Elektricität gefunden zu

$$(dim\, \varepsilon) = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}.$$

Unter elektrischer Dichte ϱ auf einem Flächenstück eines elektrisch geladenen Körpers versteht man nun den Quotienten aus der Elektricitätsquantität auf diesem Stücke und der Grösse des Flächenstückes. Man hat folglich für die Dimension der Flächendichte

$$(dim\, \varrho) = \left(dim\, \frac{\varepsilon}{l^2}\right) = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}.$$

§ 55. Intensität und Dichte eines Stromes.

Fliesst durch einen Querschnitt eines Leiters während der Zeit dt das Elektricitätsquantum $d\varepsilon$ in einem Sinne, so ist die Stromintensität J, welche dort in dem betrachteten Augenblicke gilt, definirt durch

$$J = \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Für einen constanten Strom hat man entsprechend

$$J = \frac{\varepsilon}{t} \quad \text{oder auch} \quad Jt = \varepsilon.$$

Die Dimension der Intensität ist hiernach im elektrostatischen Maasse

$$(dim\, J) = \left(dim\, \frac{\varepsilon}{t}\right) = M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}.$$

Dividirt man die Stromintensität durch die Fläche des Querschnittes, so erhält man die Stromdichte i, deren Dimension folglich zu

$$(dim\, i) = \left(dim\, \frac{J}{l^2}\right) = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-2}$$

gewonnen wird.

§ 56. Potential und elektromotorische Kraft.

Das elektrische Potential V einer punktförmig gedachten Elektricitätsquantität ε in Bezug auf einen um l entfernten Punkt ist in der Ausdrucksweise des elektrostatischen Maasssystems gegeben durch

$$V = \frac{\varepsilon}{l}.$$

Demnach ist für das Potential im elektrostatischen Maasse

$$(dim\, V) = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}.$$

Befindet sich in dem Punkte, in Bezug auf welchen das Potential gilt, die Elektricitätsquantität ε_1, so ist die von der Anwesenheit der Quantität ε herrührende anziehende oder abstossende Kraft dafür durch den Ausdruck

$$\varepsilon_1 \frac{dV}{dl}$$

gegeben, dessen Dimension gleich

$$M^{1/2} L^{3/2} T^{-1} \cdot \frac{M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}}{L} = M L T^{-2}$$

wirklich die einer Kraft ist.

Die Differentiation des Potentials nach irgend einer andern Linie, als nach der Entfernungslinie l, würde die in diese andere Linie fallende Kraftcomponente liefern.

Befinden sich dem ε_1 gegenüber mehrere verschieden gelegene Elektricitätsquantitäten ε, so tritt als Gesammtpotential die Summe der Einzelpotentiale ein und ebenso wird die in irgend eine Richtung fallende gesammte Kraftcomponente durch Addition der in diese Richtung fallenden einzelnen Componenten erhalten.

Wenn man die an einem Oberflächenpunkte eines geladenen Leiters herrschende Flächendichte ϱ mit der Zahl 4π multiplicirt, so erhält man in Bezug auf diesen Punkt den negativen Differentialquotienten des Gesammtpotentials der Ladung nach der durch den Punkt gehenden Oberflächennormale N, also

$$4\pi\varrho = -\frac{dV}{dN},$$

wenn beiderseits elektrisches Maasssystem vorausgesetzt wird. Da N eine Länge ist, so liegt hier links (vergl. § 54) und rechts dieselbe Dimension vor.

Enthält der betrachtete Oberflächenpunkt die Quantität ε_1, so ist wiederum durch

$$-\varepsilon_1 \frac{dV}{dN}$$

die normal zur Oberfläche hinausgehende Kraft gegeben. Wird statt dessen mit der Flächendichte ϱ multiplicirt, so giebt

$$-\varrho \frac{dV}{dN}$$

den normal zur Oberfläche hinausgehenden elektrischen Druck. Der letztere ist nach dem Obigen in elektrischem Maasse auch durch

$$4\pi\varrho^2$$

auszudrücken; und in der That ist im elektrischen Maasse (§ 54)

$$(dim\ \varrho^2) = ML^{-1}T^{-2}$$

gleich der Dimension eines Druckes überhaupt, d. h. $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$.

Die Differenz der Potentiale in Bezug auf zwei verschiedene Punkte eines Leiters liefert die zwischen diesen Punkten giltige elektromotorische Kraft. Die Dimension der elektromotorischen Kraft ist danach übereinstimmend mit der Dimension des elektrischen Potentiales, also in elektrostatischem Maasse

$$M^{1/2}L^{1/2}T^{-1}.$$

Selbstverständlicherweise ist die elektromotorische Kraft durchaus nicht mit der wiederholt genannten anziehenden oder abstossenden Kraft zu verwechseln und ist überhaupt keine Kraft im Sinne des § 8.

§ 57. Stromarbeit.

Ist an zwei um dl entfernten Punkten eines homogen gedachten Leiters die elektromotorische Kraft (Potentialdifferenz) dV vorhanden, so muss eine elektrische Strömung zwischen beiden Punkten bestehen. Während derselben möge die Elektricitätsquantität ε durch die Strecke dl bewegt sein, so war die wirksame Kraft für diese Bewegung (im Sinne des § 8) entsprechend dem im vorigen Paragraphen Bemerkten

$$\varepsilon \frac{dV}{dl}$$

und die Arbeit derselben, die sogenannte Stromarbeit, an dieser Stelle

$$\varepsilon \frac{dV}{dl} dl = \varepsilon dV.$$

Für eine stationäre Strömung in einem ganzen Schliessungskreise muss durch alle Querschnitte stets dieselbe Quantität sich bewegen. Ist für einen solchen Fall die gesammte elektromotorische Kraft in dem Schliessungskreise durch V gegeben, so ist die gesammte Stromarbeit während derjenigen Zeit t, während welcher das Quantum ε sich durch jeden Querschnitt bewegt hat,

$$\varepsilon V.$$

Bei der constanten Intensität J dieses Stromes hat man aber nach § 55

$$\varepsilon = Jt,$$

so dass auch durch

$$VJt$$

die gesammte Stromarbeit während der Zeit t ausgedrückt werden kann. Hierin ist das bekannte Joule'sche Gesetz gegeben.

Für die Stromarbeit gilt nach dem Vorstehenden die Dimension

$$(dim\, \varepsilon V) = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1} . M^{1/2} L^{1/2} T^{-1} = M L^2 T^{-2},$$

wenn in elektrostatischem Maasse die einzelnen Grössen genommen werden. Dasselbe ergiebt sich natürlich als $(dim\, VJt)$. Man hat also in der That die Dimension einer Arbeit (§ 11) gewonnen, wie es nothwendig sein musste.

§ 58. Widerstand.

Der effective Widerstand R eines Leiters steht nach dem Ohm'schen Gesetze mit der Intensität J eines constanten Stromes und der für den Leiter geltenden elektromotorischen Kraft V in der Beziehung

$$R = \frac{V}{J}.$$

Man hat daher für die Dimension in elektrostatischem Maasse nach §§ 55 und 56

$$(dim\, R) = \left(dim\, \frac{V}{J}\right) = \frac{M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}}{M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}} = L^{-1} T.$$

Der effective Widerstand hat also in diesem Maasse die reciproke Dimension einer Geschwindigkeit.

Hat ein homogener Leiter mit überall gleichem Querschnitt q die Länge l, so ist sein effectiver Widerstand

$$R = \frac{l}{q} R_0,$$

worin R_0 den specifischen Widerstand der Leitersubstanz bedeutet. Danach ist elektrisch

$$(dim\, R_0) = \left(dim\, \frac{Rq}{l}\right) = \frac{L^{-1} T . L^2}{L} = T.$$

§ 59. Capacität.

Ist ein homogener Leiter durch die Elektricitätsquantität ε bis zum Potentialwerthe V, der für den Gleichgewichtszustand durch den ganzen Leiter constant herrscht, geladen, so heisst der Quotient

$$C = \frac{\varepsilon}{V}$$

die Capacität des Leiters. Die Dimension der Capacität ist demnach in elektrostatischem Maasse

$$(dim\, C) = \left(dim\, \frac{\varepsilon}{V}\right) = \frac{M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}}{M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}} = L,$$

also einfach eine Länge.

Die Capacität eines Leiters kann sehr vergrössert werden durch Gegenüberstellen eines grossen andern Leiters, also am besten durch Gegenüberstellen eines mit der fast unendlich gross anzunehmenden Erde leitend verbundenen Körpers. In einer solchen Zusammenstellung hat man einen abgeleiteten Condensator vor sich. Wird die Trennungsschicht zwischen dem betrachteten Leiter und dem gegenüberstehenden unendlich grossen Leiter statt, wie gewöhnlich, durch Luft, durch einen andern Isolator dargestellt, so tritt bei gleichbleibender Stellung beider Leiter in den Werth der Capacität ein bestimmter nur von der Substanz des neuen Isolators abhängiger Zahlenfactor ein, das sogenannte specifische Inductionsvermögen.

Dieses Vermögen, welches also der Dimension nach eine blosse Zahl ist, scheint mit den Brechungsindices der verschiedenen Isolatoren, die auch blosse Zahlen sind, in der einfachen Beziehung zu stehen, dass die für grösste Schwingungsdauer genommenen Brechungsindices gleich den Quadratwurzeln aus den specifischen Inductionsvermögen sind. Hiermit würde eine der in § 52 angedeuteten innigen Beziehungen zwischen optischen und elektrischen Erscheinungen gegeben sein.

§ 60. Freier (Pol-) Magnetismus und magnetisches Potential.

Während in den vorangegangenen §§ 54 bis 59 die wichtigsten elektrischen Begriffe im elektrostatischen Maasse ausgedrückt wurden, sollen in den jetzt folgenden §§ 60 bis 63 die wichtigsten magnetischen Begriffe im elektromagnetischen Maasse ausgedrückt werden. In diesem Maasse wurde schon § 53 die Dimension einer Quantität von freiem Magnetismus oder, was dasselbe ist, die Dimension der Stärke eines Poles ausgedrückt zu

$$(dim\, \omega) = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}.$$

Das magnetische Potential spielt für freie Magnetismen dieselbe Rolle, wie das elektrische Potential für Elektricitätsquantitäten. Danach ist das Potential V_1 des freien Magnetismus ω in Bezug auf einen um l entfernten Punkt in der Ausdrucksweise des magnetischen Maasssystems gegeben durch

$$V_1 = \frac{\omega}{l}$$

und hat folglich im elektromagnetischen Maasse dieselbe Dimension

$$(dim\, V_1) = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1},$$

welche das elektrische Potential im elektrostatischen Maasse hatte.

Die anziehenden und abstossenden Kräfte werden hier ebenso aus dem Potential berechnet, wie damals.

§ 61. Magnetisches Moment.

Pole können an einem magnetischen Körper nur immer zu zweien und zwar mit entgegengesetztem Charakter vorkommen. Man nimmt zu einer ersten Begründung der magnetischen Er-

scheinungen an, dass dasselbe Verhalten jedes einzelne Molekül eines magnetischen Körpers fortdauernd zeigt, und nennt ein solches mit zwei entgegengesetzten, sonst aber gleich starken Polen (gleichen freien Magnetismen entgegengesetzten Charakters entsprechend) versehenes Molekül einen Molekularmagnet. Der polare Charakter eines Molekularmagnetes wird dann weiter als auf elektrischen Strömen beruhend angesehen, die das Molekül in gewissem Sinne umfliessen. Alle magnetischen Erscheinungen ergeben sich nach dieser Auffassung dadurch, dass die Molekularmagnete mit der Verbindungslinie ihrer Pole im Ueberschuss längs einer bestimmten Linie gerichtet werden. Die Stärke eines der beiden Pole eines Molekularmagnetes multiplicirt mit der Projection der Verbindungslinie beider Pole, welche in die Richtung einer bestimmten Linie fällt, giebt den Beitrag dieses Molekularmagnetes zum magnetischen Moment längs der bestimmten Linie. Diejenige Linie, für welche die Summe dieser Beiträge von allen in Betracht kommenden Molekularmagneten den grössten Werth (Ueberschuss) hat, bestimmt die Richtung der magnetischen Axe.

Für den praktisch besonders wichtigen Specialfall eines geraden wesentlich linearen magnetischen Stabes, der beiderseits begrenzt ist und dessen Längsausdehnung die Richtung der magnetischen Axe bildet, lässt sich die Summe aller von den einzelnen Molekularmagneten herrührenden Beiträge zum magnetischen Moment auch folgendermaassen darstellen. In irgend einem Querschnitte normal zur Axe werde „überschüssiger freier Magnetismus" die algebraische Summe der Magnetismen aller in diesen Querschnitt fallenden Pole von den gerichteten Molekularmagneten genannt. Pole entgegengesetzten Charakters sind dabei also mit entgegengesetzten Vorzeichen angerechnet. Dann giebt es zwei nicht weit von den Enden des Stabes entfernte Punkte, die Pole des ganzen Stabes, in welchen man den gesammten von allen einzelnen Querschnitten herrührenden überschüssigen freien Magnetismus des einen und andern Charakters angebracht denken kann, so dass das gesammte magnetische Moment des Stabes längs der Axe (auch Stabmagnetismus genannt) gleich dem Producte aus der Stärke eines dieser Pole und aus der Distanz der beiden Pole ist.

Nach dem Vorstehenden ist die Dimension eines magnetischen Moments μ durch das Product aus den Dimensionen für freien Magnetismus und eine Länge gegeben, also

$$(dim\,\mu) = (dim\,\omega\,l) = M^{1/2}L^{5/2}T^{-1}$$

im elektromagnetischen Maasse.

Das magnetische Moment ist selbstverständlich kein Drehmoment im Sinne des § 16.

§ 62. Intensität eines magnetischen Feldes; horizontale Intensität des Erdmagnetismus.

Aus dem magnetischen Moment erhält man ein Drehmoment im Sinne des § 16, wenn man dasselbe noch multiplicirt mit der sogenannten Intensität des magnetischen Feldes, worin sich der magnetische Körper befindet. Diese Intensität wird aus der magnetischen Einwirkung der gesammten Umgebung auf jeden Pol eines Molekularmagnetes in dem magnetischen Körper folgendermaassen gefunden. Ist V_1 das magnetische Potential irgend einer Quantität von freiem Magnetismus, die in der Umgebung des Poles vorhanden ist, in Bezug auf den betrachteten Pol, so rührt von dieser Quantität für die Intensität des magnetischen Feldes an der Stelle des Poles, diese Intensität genommen nach irgend einer Richtung x, der Beitrag

$$\frac{dV_1}{dx}$$

her. Würde bloss diese Quantität vorhanden sein, so fiele die ganze Intensität in die Richtung der Verbindungslinie l zwischen dem Pol und der Quantität und hätte den Werth

$$\frac{dV_1}{dl}.$$

Man würde dabei also die anziehende oder abstossende Kraft für den Pol erhalten nach § 60, wenn man die Intensität des Feldes noch mit dem freien Magnetismus des Poles multiplicirte.

Bei verschiedentlich vertheiltem freien Magnetismus in der Umgebung des Poles erhält man danach die gesammte nach x fallende Componente der Intensität des Feldes für den Pol einfach durch

$$\Sigma \frac{dV_1}{dx}.$$

Hieraus folgt unmittelbar, dass, wenn ein Molekularmagnet oder ein kurzer Magnetstab mit seiner Axe normal zur Richtung x liegt, er aus dieser Richtung ein Drehmoment im Sinne des § 16 erfährt, welches gleich dem Product aus seinem magnetischen Moment und der nach x fallenden Componente der Intensität des magnetischen Feldes ist.

Besonders wichtig ist die durch den Erdmagnetismus gegebene Intensität des magnetischen Feldes an den verschiedenen Stellen der Erdoberfläche und zwar speciell die horizontale Componente der Intensität des Erdmagnetismus, welche unter den gewöhnlichen Umständen allein zur Geltung kommt. Die obige Richtung x wird in diesem Falle für jede Erdstelle als die Durchschnittslinie von dort geltendem magnetischen Meridian und Horizontalebene genommen. Ein nur in der Horizontalebene drehbarer Magnetstab erfährt also durch den Einfluss des Erdmagnetismus das volle Drehmoment, wenn seine Axe normal zum magnetischen Meridian liegt.

Die Intensität F eines magnetischen Feldes überhaupt, speciell auch die horizontale Intensität H des Erdmagnetismus hat nach dem Vorstehenden die Dimension im elektromagnetischen Maasse

$$(dim\, F) = (dim\, H) = \left(dim \frac{V_1}{l}\right) = \frac{M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}}{L} = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}.$$

Diese Dimension mit der eines magnetischen Momentes, ebenfalls in elektromagnetischem Maasse ausgedrückt, also mit

$$M^{1/2} L^{5/2} T^{-1}$$

multiplicirt muss die Dimension eines gewöhnlichen Drehmomentes (§ 16) geben, was thatsächlich der Fall ist, da

$$M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1} . M^{1/2} L^{5/2} T^{-1} = M L^2 T^{-2}$$

ist.

§ 63. Magnetisirungsfunction.

Die an irgend einer Stelle herrschende Intensität des magnetischen Feldes multiplicirt mit dem Raumelement giebt die dort giltige magnetisirende Kraft für das Raumelement.

Die Dimension der so verstandenen magnetisirenden Kraft Y ist also elektromagnetisch

$$(dim\, Y) = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1} . L^3 = M^{1/2} L^{5/2} T^{-1}.$$

Das Raumelement sei nun mit einem magnetisirbaren Körper erfüllt und bekomme durch die magnetisirende Kraft Y nach deren Richtung das in elekromagnetischem Maasse ausgedrückte magnetische Moment μ (in dem allgemeinen zu Anfang des § 61 angegebenen Sinne). Alsdann heisst der Quotient $\frac{\mu}{Y}$ die Magnetisirungsfunction. Dabei ist aber zu beachten, dass, wenn speciell der magnetisirbare Körper z. B. ein begrenzter Stab ist und durch die gesammte Magnetisirung ausserhalb des Raumelementes Stabpole erhält, auch deren Einfluss in der magnetisirenden Kraft einbegriffen gedacht ist.

Die Dimension der Magnetisirungsfunction ist

$$\left(dim \frac{\mu}{Y}\right) = \frac{M^{1/2} L^{5/2} T^{-1}}{M^{1/2} L^{5/2} T^{-1}} = 1,$$

also eine blosse Zahl. Diese Zahl ist übrigens nach neueren Versuchen nicht eine für jede magnetisirbare Substanz bestimmte Constante, sondern in verwickelter Weise von den bei der Magnetisirung geltenden Umständen abhängig, so dass sie ihre frühere einfache Bedeutung eigentlich verloren hat. Sie würde diese Bedeutung wohl wiedergewinnen, wenn man auch die in dem betrachteten Raumelemente selbst anzunehmenden magnetischen Einflüsse bei der gesammten magnetisirenden Kraft Y mit anrechnen könnte, was in sicherer Weise bis jetzt unausführbar ist.

Häufig wird bei Bestimmung der Magnetisirungsfunction sowohl die magnetisirende Kraft, als das entstehende magnetische Moment per Raumeinheit angerechnet, die Dimensionen dieser beiden Grössen also je durch L^3 dividirt, was jedoch natürlich an dem erhaltenen Resultate nichts ändert.

§ 64. Herstellung eines Zusammenhanges zwischen dem elektrostatischen und dem elektromagnetischen Maasssystem.

Bisher waren getrennt die elektrischen Begriffe elektrisch und die magnetischen Begriffe magnetisch ausgedrückt. Es

handelt sich nunmehr darum, die beiden Maasssysteme in Beziehung zu einander zu bringen, so dass alsdann auch elektrische Begriffe im elektromagnetischen und magnetische Begriffe im elektrostatischen System ausdrückbar wären und man, wie es dringend wünschenswerth ist, Begriffe beider Art in den Rechnungen neben einander behandeln könnte. Das geschieht mit Hilfe der Betrachtung von magnetischen Wirkungen, die von elektrischen Strömen ausgehen.

Ein elektrischer Strom, der gleichmässig mit der Intensität J einen kreisförmigen Leiter mit dem Radius r durchfliesst, schafft in einem Punkte, der auf einer durch das Centrum des Kreises normal zu dessen Ebene gezogenen Linie liegt und von jedem Punkte der Kreisperipherie um l entfernt ist, die Intensität F eines magnetischen Feldes von dem Werthe

$$F = prop \cdot \frac{2\pi r^2 J}{l^3},$$

welche in der Richtung auf das Kreiscentrum hin zu nehmen ist. Man erklärt nun die Stromintensität J für elektromagnetisch ausgedrückt, wenn die Intensität F des magnetischen Feldes so ausgedrückt und die Proportionalitätsconstante gleich 1 gesetzt wird. Hierin scheint zunächst wiederum eine willkürliche Definition vorzuliegen, die erst die Ueberführung des einen Maasssystems in das andere ermöglichen würde. Indessen ist dieselbe doch tiefer in denjenigen Theorien begründet, welche den Zusammenhang zwischen elektrischen und magnetischen Erscheinungen näher aufzuklären suchen (vergl. auch §§ 68 und 69).

Wie sich aus rein magnetischen Verhältnissen unter Anwendung des elektromagnetischen Maasssystems ergiebt, ruft ein Magnetstab mit dem Momente μ, dessen Poldistanz unbedeutend ist gegen eine Länge l, in einem Punkte, der auf der verlängerten magnetischen Axe (durch die Pole hindurchgehend) von der Mitte der Poldistanz um die Länge l entfernt liegt, die Intensität F des magnetischen Feldes von dem Werthe

$$F = \frac{2\mu}{l^3}$$

hervor, welche in der Richtung l zu nehmen ist. Hiernach kann man also auch sagen, dass ein Strom von der Intensität J,

der die Kreisfläche πr^2 umfliesst, für magnetische Wirkungen nach aussen gleichwerthig ist mit einem im Kreiscentrum zur Kreisebene normal liegenden Magnetstab vom Momente μ, wenn im elektromagnetischen Maasse

$$\mu = \pi r^2 . J$$

ist und wenn die Distanzen von der Peripherie des Kreises, resp. von der Mitte der Poldistanz des Magnetstabes aus gezählt werden.

§ 65. Ausdruck der elektrischen Begriffe im elektromagnetischen Maasssystem.

Nach dem vorigen Paragraphen ist die Intensität eines elektrischen Stromes im elektromagnetischen absoluten Maasssystem durch das Product aus der Intensität eines magnetischen Feldes und einer Länge gegeben. Das führt in diesem Maasse zu der Dimension (vergl. § 62)

$$(dim\, J) = (dim\, F . l) = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1} . L = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}.$$

Dieselbe Dimension erhält man natürlich, wenn man ebenfalls nach dem vorigen Paragraphen die Dimension eines magnetischen Momentes durch eine Fläche dividirt, also (vergl. § 61)

$$(dim\, J) = \left(dim\, \frac{\mu}{l^2}\right) = \frac{M^{1/2} L^{5/2} T^{-1}}{L^2} = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}.$$

Von dieser Festsetzung aus lassen sich nun leicht auch die übrigen elektrischen Begriffe elektromagnetisch ausdrücken. Man erhält dabei die folgenden Resultate:

Die Dimension einer Stromdichte i ist magnetisch

$$(dim\, i) = \left(dim\, \frac{J}{l^2}\right) = \frac{M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}}{L^2} = M^{1/2} L^{-3/2} T^{-1}.$$

Die Dimension einer Elektricitätsquantität ε ist magnetisch

$$(dim\, \varepsilon) = (dim\, Jt) = M^{1/2} L^{1/2}.$$

Die Dimension einer elektrischen Flächendichte ϱ ist magnetisch

$$(dim\, \varrho) = \left(dim\, \frac{\varepsilon}{l^2}\right) = \frac{M^{1/2} L^{1/2}}{L^2} = M^{1/2} L^{-3/2}.$$

Die Dimension eines elektrischen Potentials oder einer elektromotorischen Kraft V kann hier nicht mehr aus der

nur für die Ausdrucksweise des elektrischen Systems giltigen Beziehung (§ 56)

$$V = \frac{\varepsilon}{l}$$

abgeleitet werden. Es muss vielmehr stets der nach einer Richtung genommene Differentialquotient des Potentiales mit einer Elektricitätsquantität multiplicirt eine Kraft im Sinne des § 8 vorstellen. Man hat daher die Dimension von V aus

$$\left(dim\, \varepsilon \cdot \frac{dV}{dl}\right) = MLT^{-2}$$

zu bestimmen, d. h. mit magnetischer Messung für ε

$$(dim\, V) = \frac{MLT^{-2}.\, L}{M^{1/2}L^{1/2}} = M^{1/2}L^{3/2}T^{-2}$$

im elektromagnetischen Maasse.

Ebensowohl könnte man die Dimension der elektromotorischen Kraft nach der stets giltigen Beziehung des § 57 bestimmen, wonach das Product aus elektromotorischer Kraft (oder Potentialdifferenz) und Elektricitätsquantität eine Stromarbeit giebt, also mit magnetischer Messung für ε

$$(dim\, V) = \left(dim\, \frac{\text{Arbeit}}{\varepsilon}\right) = \frac{ML^2T^{-2}}{M^{1/2}L^{1/2}} = M^{1/2}L^{3/2}T^{-2},$$

wie oben.

Die Dimension eines effectiven Widerstandes R ist magnetisch

$$(dim\, R) = \left(dim\, \frac{V}{J}\right) = \frac{M^{1/2}L^{3/2}T^{-2}}{M^{1/2}L^{1/2}T^{-1}} = LT^{-1},$$

also gleich der Dimension einer Geschwindigkeit.

Die Dimension eines specifischen Widerstandes R_0 ist magnetisch

$$(dim\, R_0) = (dim\, Rl) = L^2T^{-1}.$$

Die Dimension einer Capacität C ist magnetisch

$$(dim\, C) = \left(dim\, \frac{\varepsilon}{V}\right) = \frac{M^{1/2}L^{1/2}}{M^{1/2}L^{3/2}T^{-2}} = L^{-1}T^2.$$

§ 66. Ausdruck der magnetischen Begriffe im elektrostatischen Maasssystem.

Dieselbe in § 64 festgestellte Beziehung zwischen dem elektrostatischen und dem elektromagnetischen Maasssystem,

welche im vorigen Paragraphen zum Ausdrucke der elektrischen Begriffe im elektromagnetischen System benutzt wurde, muss auch dazu dienen, die magnetischen Begriffe im elektrostatischen System auszudrücken. Man erhält also zunächst die Intensität eines magnetischen Feldes F elektrostatisch ausgedrückt, wenn man in der Formel des § 64

$$F = prop \cdot \frac{2\pi r^2 J}{l^3}$$

die Proportionalitätsconstante $= 1$ setzt und die Stromintensität J elektrostatisch misst. Daher

$$F = \frac{2\pi r^2 J}{l^3}$$

und (vergl. § 55)

$$(dim\, F) = \left(dim\, \frac{J}{l}\right) = \frac{M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}}{L} = M^{1/2} L^{1/2} T^{-2}.$$

Diese Dimension der Intensität eines magnetischen Feldes in elektrischem Maasse gilt natürlich auch für den Specialfall der Horizontalintensität des Erdmagnetismus.

Nach § 62 stellt nun das Product aus Intensität eines magnetischen Feldes und aus einer Quantität von freiem Magnetismus eine anziehende oder abstossende Kraft vor und ist consequenter Weise das Product aus Intensität des Feldes und magnetischem Moment ein Drehmoment, und zwar gelten diese Bedeutungen stets. Man hat daher elektrostatisch für das magnetische Moment μ

$$(dim\, \mu) = \left(dim\, \frac{\text{Drehmoment}}{F}\right) = \frac{M L^2 T^{-2}}{M^{1/2} L^{1/2} T^{-2}} = M^{1/2} L^{3/2}.$$

Es möge bemerkt werden, dass man die andere Formel des § 64, welche zwischen dem magnetischen Moment μ und der Stromintensität J die Beziehung

$$\mu = \pi r^2 J$$

giebt, zu dem hier vorliegenden Zwecke nicht verwerthen darf, da die Giltigkeit dieser Formel an die Anwendung des magnetischen Maasssystems geknüpft ist.

Aus der Dimension des magnetischen Momentes folgt weiter in elektrostatischem Maasse für eine Quantität von freiem Magnetismus ω

$$(dim\ \omega) = \left(dim\ \frac{\mu}{l}\right) = \frac{M^{1/2} L^{3/2}}{L} = M^{1/2} L^{1/2}.$$

Die Dimension einer Quantität von freiem Magnetismus elektrisch gemessen stimmt also, wie es ja auch sein muss, mit der Dimension einer Elektricitätsquantität magnetisch gemessen überein.

Das magnetische Potential V_1 endlich steht mit der Intensität F eines Feldes nach § 62 in der Beziehung, dass stets F gleich dem Differentialquotienten des Potentiales nach einer Richtung genommen ist, also

$$(dim\ V_1) = (dim\ Fl) = M^{1/2} L^{1/2} T^{-2} . L = M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}$$

im elektrostatischen Maasse. Das magnetische Potential hat demnach ganz richtig dieselbe Dimension im elektrischen Maasse, wie das elektrische Potential im magnetischen Maasse (vergl. § 65).

Selbstverständlich ist im elektrostatischen Maasse für das magnetische Potential V_1 ebensowenig die Beziehung

$$V_1 = \frac{\omega}{l}$$

mit dem freien Magnetismus ω giltig, wie die analoge Beziehung für das elektrische Potential im elektromagnetischen System.

§ 67. Elektrodynamisches absolutes Maasssystem.

Ausser den bisher behandelten absoluten Maasssystemen der Elektricitätslehre, dem elektrostatischen und dem elektromagnetischen System, wird vielfach noch ein drittes Maasssystem angewandt, das sogenannte elektrodynamische absolute Maasssystem. Dasselbe geht von folgendem Gesetze über die elektrodynamische Wirkung zwischen Stromelementen aus: Sind zwei Stromelemente mit den Intensitäten J und J_1 und den Längen dx und dx_1 parallel zu einander und senkrecht zu ihrer gegenseitigen Distanz l gerichtet, so ist die anziehende Kraft zwischen beiden zunächst allgemein

$$= prop \cdot \frac{J J_1\, dx\, dx_1}{l^2}.$$

Hierin wird nun die Proportionalitätsconstante $=1$ gesetzt und erhält man somit in dem dadurch gewonnenen elektrodynamischen Systeme

$$(dim\, JJ_1) = \text{Kraft},$$

d. h.

$$(dim\, J) = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}.$$

Das ist dieselbe Dimension für die Intensität eines elektrischen Stromes, wie sie in § 65 auch nach dem elektromagnetischen Maasssystem gefunden wurde. Diese Uebereinstimmung der Dimensionen nach beiden Maasssystemen, dem elektrodynamischen und dem elektromagnetischen, gilt auch für die übrigen Begriffe.

Es können also für den Ausdruck der Begriffe in dem einen oder andern dieser beiden Systeme nur Unterschiede in den Zahlenfactoren resultiren. In dieser Hinsicht ergiebt der Verfolg der Berechnungen nach elektrodynamischem System für die wichtigsten Begriffe das Folgende.

Ist mit bestimmten Einheiten für M, L und T der Werth einer Stromintensität nach elektromagnetischem System

$$J_{mag} = n \,.\, M^{1/2} L^{1/2} T^{-1},$$

so ist nach elektrodynamischem System für dieselbe Stromintensität und dieselben Einheiten der Grundbegriffe

$$J_{dyn} = n\sqrt{2} \,.\, M^{1/2} L^{1/2} T^{-1} = n\,(4\,M)^{1/2} \left(\frac{L}{2}\right)^{1/2} T^{-1}.$$

Ebenso gehören zusammen (vergl. § 65):
als Werthe für eine Elektricitätsquantität

$$\varepsilon_{mag} = n \,.\, M^{1/2} L^{1/2},$$

$$\varepsilon_{dyn} = n\sqrt{2} \,.\, M^{1/2} L^{1/2} = n\,(4\,M)^{1/2} \left(\frac{L}{2}\right)^{1/2};$$

als Werthe für eine elektromotorische Kraft

$$V_{mag} = n \,.\, M^{1/2} L^{3/2} T^{-2},$$

$$V_{dyn} = \frac{n}{\sqrt{2}} \cdot M^{1/2} L^{3/2} T^{-2} = n\,(4\,M)^{1/2} \left(\frac{L}{2}\right)^{3/2} T^{-2};$$

als Werthe für einen effectiven Widerstand

$$R_{mag} = n \,.\, L T^{-1},$$

$$R_{dyn} = \frac{n}{2} \cdot L T^{-1} = n \left(\frac{L}{2}\right) \cdot T^{-1};$$

als Werthe für eine Capacität

$$C_{mag} = n \,.\, L^{-1} T^2,$$

$$C_{dyn} = 2n \,.\, L^{-1} T^2 = n \,.\left(\frac{L}{2}\right)^{-1} T^2.$$

Man erhält also einfach den Werth irgend eines dieser abgeleiteten Begriffe nach elektrodynamischem System, wenn man in dem Werthausdrucke nach elektromagnetischem System die Masseneinheit M durch $4M$ und die Längeneinheit L durch $\frac{L}{2}$ ersetzt.

Die Einheit der abgeleiteten Begriffe nach elektrodynamischem System wird danach aus der Einheit nach elektromagnetischem System durch die reciproke Operation (vergl. § 5) gewonnen, so dass beispielsweise für die mit dem Index J bezeichneten Einheiten der Stromintensität die Beziehung gilt

$$J^I_{dyn} = \frac{J^I_{mag}}{\sqrt{2}}$$

u. s. f.

Nach dem Vorstehenden kann das elektrodynamische Maasssystem nicht als ein eigentlich selbständiges Maasssystem angesehen werden, sondern fällt im Wesentlichen mit dem elektromagnetischen System zusammen. In Zukunft soll deshalb auf dieses System auch keine weitere Rücksicht genommen, sondern, wie auch in den vorangegangenen Paragraphen, nur das elektrostatische und das elektromagnetische System unterschieden werden.

§ 68. Elektrische und magnetische Dimensionen unterschieden um Potenzen einer Geschwindigkeit u.

Die Dimensionen der magnetischen und elektrischen Begriffe, das eine Mal elektrisch, das andere Mal magnetisch ausgedrückt, wie es in den §§ 54 bis einschliesslich 66 geschah, unterscheiden sich nur durch Potenzen einer Geschwindigkeit. Zum Nachweise hiervon möge die folgende Zusammenstellung für die wichtigsten Begriffe dienen, wobei der Index „*el*" das elektrische und der Index „*mag*" das magnetische System bedeuten soll.

1. Für eine Quantität von freiem Magnetismus gilt

$$(dim\,\omega)_{el} = M^{1/2}L^{1/2} = \frac{T}{L}(dim\,\omega)_{mag}.$$

2. Für ein magnetisches Moment gilt

$$(dim\,\mu)_{el} = M^{1/2}L^{3/2} = \frac{T}{L}(dim\,\mu)_{mag}.$$

3. Für ein magnetisches Potential gilt

$$(dim\,V_1)_{el} = M^{1/2}L^{3/2}T^{-2} = \frac{L}{T}(dim\,V_1)_{mag}.$$

4. Für die Intensität eines magnetischen Feldes gilt

$$(dim\,F)_{el} = M^{1/2}L^{1/2}T^{-2} = \frac{L}{T}(dim\,F)_{mag}.$$

5. Für eine Elektricitätsquantität gilt

$$(dim\,\varepsilon)_{el} = M^{1/2}L^{3/2}T^{-1} = \frac{L}{T}(dim\,\varepsilon)_{mag}.$$

6. Für eine Stromintensität gilt

$$(dim\,J)_{el} = M^{1/2}L^{3/2}T^{-2} = \frac{L}{T}(dim\,J)_{mag}.$$

7. Für ein elektrisches Potential oder eine elektromotorische Kraft gilt

$$(dim\,V)_{el} = M^{1/2}L^{1/2}T^{-1} = \frac{T}{L}(dim\,V)_{mag}.$$

8. Für einen effectiven Widerstand gilt

$$(dim\,R)_{el} = L^{-1}T = \frac{T^2}{L^2}(dim\,R)_{mag}.$$

9. Für eine Capacität gilt

$$(dim\,C)_{el} = L = \frac{L^2}{T^2}(dim\,C)_{mag}.$$

Es ist also für alle diese Begriffe

$$(dim)_{el} = \left(\frac{L}{T}\right)^z \cdot (dim)_{mag},$$

wenn z eine ganze positive oder negative Zahl ist.

Für eine bestimmte Elektricitätsquantität würde man danach beispielsweise mit bestimmten Einheiten für M, L, T die Ausdrücke haben

$$\varepsilon_{el} = n\,.\,M^{1/2}L^{3/2}T^{-1} = n\frac{L}{T}\cdot M^{1/2}L^{1/2}$$

und

$$\varepsilon_{mag} = 1\,.\,M^{1/2}L^{1/2}.$$

Hierbei ist n im Allgemeinen eine von 1 verschiedene Zahl und muss man die elektromagnetische Einheit mit einer Geschwindigkeit

$$u = n\frac{L}{T}$$

multipliciren, um sie elektrostatisch auszudrücken. Diese Geschwindigkeit u ist folglich durch die Anzahl der elektrostatischen Elektricitätseinheiten gegeben, welche in einer elektromagnetischen Elektricitätseinheit enthalten sind, wenn selbstverständlicherweise u in denselben Einheiten der Länge und Zeit genommen ist, welche überhaupt vorausgesetzt wurden.

Ebenso würde man u bestimmen können durch die Anzahl der elektromagnetischen elektromotorischen Krafteinheiten, die in einer elektrostatischen elektromotorischen Krafteinheit enthalten sind; oder auch durch die Quadratwurzel aus der Anzahl der elektromagnetischen Widerstandseinheiten, welche in einer elektrostatischen Widerstandseinheit enthalten sind, u. s. f. Alle diese Bestimmungen würden natürlich zu demselben Resultate führen.

§ 69. Bestimmung der Geschwindigkeit u.

Die im vorigen Paragraphen behandelte Geschwindigkeit u ist zuerst durch eine parallele elektrostatische und elektromagnetische Messung der in einer Leydener Flasche enthaltenen Elektricitätsquantität bestimmt worden. Zur elektrostatischen Messung dieser Quantität ε entnimmt man zunächst vermittelst einer Isolirkugel den Bruchtheil $\frac{\varepsilon}{n}$ aus der Flasche und bestimmt deren Inhalt vor und nach der Entnahme vergleichsweise durch die zugehörigen Elektrometerwirkungen, welche den Potentialwerthen der (mit der Capacität C versehenen) Flasche V_a und V_b in beiden Fällen proportional sind. Man hat so

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon - \frac{\varepsilon}{n}} = \frac{V_a \,.\, C}{V_b \,.\, C} = \frac{V_a}{V_b}$$

und daraus

$$n = \frac{V_a}{V_a - V_b}.$$

Die Quantität $\frac{\varepsilon}{n}$ wird dann vertheilt auf zwei Kugeln in der Drehwage gegenüber einer mechanisch bekannten Torsion (§ 26) zur Wirkung gebracht und kann auf diese Weise elektrostatisch gemessen werden. Mit dem vorhin bestimmten n ist dann auch die Quantität ε elektrostatisch bekannt.

Andrerseits wird zur elektromagnetischen Messung der Quantität ε die Flasche durch ein Galvanometer entladen. Aus dem Ausschlage eines rücksichtlich seiner Eigenschaften bekannten Galvanometers bei kurzem Durchströmen einer bestimmten Elektricitätsquantität kann man nämlich nach einer später (§ 73) zu besprechenden Methode diese Quantität in elektromagnetischem Maasse finden.

Durch einen solchen Vergleich der elektrostatischen und der elektromagnetischen Messung einer Elektricitätsquantität, sowie durch mehrere andere experimentelle Vergleiche ist im Mittel die Geschwindigkeit u gleich der Lichtgeschwindigkeit im freien Weltenraume, also

$$= 3 \,.\, 10^{11}\, mm\, sec^{-1} = 3 \,.\, 10^{10}\, cm\, sec^{-1}$$

gefunden worden. Hierin ist wiederum eine der in § 52 angedeuteten innigen Beziehungen zwischen optischen und elektrischen Erscheinungen gegeben.

Nach dem vorigen Paragraphen ist man vermittelst der jetzt gefundenen Geschwindigkeit u leicht im Stande, jede Maassangabe nach dem elektromagnetischen System in eine solche nach dem elektrostatischen System umzuwandeln, und soll deshalb von jetzt ab nur noch von dem am meisten angewandten elektromagnetischen absoluten Maasssystem die Rede sein.

§ 70. Wahl der fundamentalen Einheiten für das elektromagnetische Maasssystem.

Für das elektromagnetische Maasssystem sind die fundamentalen Einheiten verschiedentlich gewählt worden. Die Einheiten der British Association sind Gramm, Meter, Secunde; die Einheiten von W. Thomson Gramm, Centimeter, Secunde; die Einheiten von Gauss und Weber Milligramm, Millimeter, Secunde. Ausserdem sind, um bei den

wirklich vorkommenden Messungen bequemere Zahlenangaben zu gewinnen, namentlich in England sogenannte praktische Einheiten in Gebrauch, bei welchen als Masseneinheit 10^{-11} Gramm, als Längeneinheit der Erdquadrant $= 10^7$ Meter und als Zeiteinheit die Secunde dient. Unter Anwendung dieser praktischen Grundeinheiten hat man zugleich den Einheiten der wichtigsten abgeleiteten Begriffe kurze Namen gegeben; man nennt nämlich die Einheit der Elektricitätsquantität 1 Weber (auch wohl 1 Farad), die Einheit der Stromintensität 1 Weber per Secunde, die Einheit der elektromotorischen Kraft 1 Volt, die Einheit des effectiven Widerstandes 1 Ohm oder auch 1 Ohmad, die Einheit der Capacität 1 Farad. Eine Multiplication mit einer Million wird bei diesen Ausdrücken ferner durch ein vorgesetztes „Mega", eine Division mit einer Million durch ein vorgesetztes „Mikro" bezeichnet.

In der folgenden Tabelle sollen die Einheiten dieser abgeleiteten Begriffe nach praktischem Systeme mit ihren correspondirenden Werthen nach den andern angegebenen Systemen zusammengestellt werden (vergl. § 5)

Praktisch:	Brit. Ass.:	W. Thomson:	Gauss/Weber.
1 Weber	$= 10^{-2}$	$= 10^{-1}$	$= 10$
1 Weber per Secunde	$= 10^{-2}$	$= 10^{-1}$	$= 10$.
1 Volt	$= 10^5$	$= 10^8$	$= 10^{11}$
1 Ohm	$= 10^7$	$= 10^9$	$= 10^{10}$
1 Farad	$= 10^{-7}$	$= 10^{-9}$	$= 10^{-10}$

Es möge hier gleich bemerkt werden, dass der im Auftrage der British Association hergestellte normale Etalonwiderstand, der gleich 1 Ohm sein sollte, nicht ganz exact ausgefallen ist und einem Werthe von 1,02 Ohm entspricht. Man muss bei Widerstandsangaben nach Ohm's deshalb wohl unterscheiden, ob dabei auf den Etalon oder auf den exacten absoluten Werth zurückgegangen wurde.

§ 71. Bestimmung eines magnetischen Momentes und der Horizontalintensität des Erdmagnetismus.

In den jetzt noch folgenden Paragraphen sollen Bestimmungsmethoden für die wichtigsten magnetischen und

elektrischen Grössen nach elektromagnetischem absoluten Maasse kurz angeführt und absolute Zahlenwerthe für einige empirisch eingeführte willkürliche Einheiten mitgetheilt werden.

Zunächst möge die gleichzeitig ausführbare Bestimmung des magnetischen Momentes eines Stabes und der Horizontalintensität des Erdmagnetismus nach magnetischem Maasse erwähnt werden.

Der Magnetstab mit dem Momente μ liege normal zum magnetischen Meridian in horizontaler Ebene und treffe verlängert die Mitte einer beweglichen Magnetnadel. Wird bei der (gegen Länge von Stab und Nadel) grossen Entfernung l der Mitte des Stabes von der Mitte der Nadel die letztere um den Winkel φ aus dem Meridian abgelenkt und ebenso bei der Entfernung l_1 um den Winkel φ_1, so ist mit der Horizontalintensität H der Erdmagnetismus

$$1) \qquad \frac{\mu}{H} = \frac{1}{2} \frac{l^5 \, tg\, \varphi - l_1^{\,5} \, tg\, \varphi_1}{l^2 - l_1^{\,2}}.$$

Die Dimensionen stimmen in dieser Gleichung links und rechts, da nach §§ 61 und 62 sich ergiebt

$$\left(dim \frac{\mu}{H}\right) = L^3.$$

Wird weiter an demselben Orte der Stab μ um eine vertikale Drehaxe schwingen gelassen mit dem Trägheitsmoment K für diese Drehbewegung und der Schwingungsdauer τ, so gilt

$$2) \qquad \mu H = \frac{\pi^2 K}{\tau^2}.$$

Das Trägheitsmoment ist hier nach § 17 zu verstehen, so dass also durch Gewichte Massen ausgedrückt werden, und die Schwingungsdauer gilt, wie in § 18, für einen Hin- oder Hergang. Auch für diese Gleichung erhält man nach §§ 17, 61 und 62 übereinstimmende Dimensionen links und rechts.

Aus beiden Gleichungen folgt sowohl der absolute Werth von μ, als der von H im elektromagnetischen Maasse.

§ 72. Bestimmung der Intensität eines constanten Stromes.

Zur Bestimmung der Intensität eines constanten Stromes wird die mit der Ebene ihrer Windungen in den magnetischen Meridian gestellte Tangentenbussole benutzt.

Eine einzelne Windung derselben mit dem Radius r, vom Strom J durchflossen, schafft in einem Punkte, der die in § 64 angegebene Lage hat, im magnetischen Maasse die Intensität F eines magnetischen Feldes

$$F = \frac{2\pi r^2 J}{l^3}$$

und folglich in ihrem eigenen Centrum die Intensität eines Feldes

$$F_1 = \frac{2\pi J}{r}.$$

Eine sehr kleine dort angebrachte Magnetnadel mit dem magnetisch gemessenen Momente μ, die um eine Vertikalaxe drehbar ist, erfährt demnach ein Drehmoment

$$D = \frac{2\pi J \mu}{r},$$

wenn sie mit ihrer magnetischen Axe in der Windungsebene liegt.

Andrerseits erhält die Nadel von Seiten des Erdmagnetismus ein Drehmoment $H\mu$, wenn sie um den Winkel $\frac{\pi}{2}$ gegen eben gedreht gedacht wird. Folglich ist bei der Ablenkung φ der Nadel aus dem magnetischen Meridian unter beiden Einflüssen

$$H\mu \sin\varphi = \frac{2\pi J\mu}{r}\cos\varphi,$$

$$J = tg\,\varphi \cdot \frac{Hr}{2\pi}.$$

Wirken statt der einen bisher vorausgesetzten Windung n Windungen ebenso, so ist endlich bei der Ablenkung φ_1

$$J = tg\,\varphi_1 \cdot \frac{Hr}{2\pi n}$$

im elektromagnetischen Maasse, wenn auch H in diesem Maasse gemessen ist. Die Messung von H an dem Beobachtungsorte ist aber nach dem vorigen Paragraphen auszuführen.

Die vorstehende Formel setzt eine ganz frei bewegliche Nadel voraus. Ist die (selbst sehr leichte) Nadel an einem einigermaassen starken Faden aufgehängt, so ist statt H in der Formel zu setzen $H\,(1 + \zeta)$, wenn ζ das sogenannte Torsionsverhältniss bedeutet. Dasselbe wird ein für allemal dadurch gefunden, dass man bloss dem Erdmagnetismus gegen-

über eine kleine Ablenkung β aus dem magnetischen Meridian durch eine Torsion um den grössern Winkel α (am obern Torsionskreis abzulesen) erzielt und dann $\zeta = \frac{\beta}{\alpha - \beta}$ setzt.

Man hat eine empirische Einheit für die Intensität eines Stromes eingeführt, die sogenannte **chemische Stromeinheit**, welche dadurch definirt ist, dass sie in der Minute 1 Cubikcentimeter normalen Knallgases entwickelt. Um diese empirische Einheit im elektromagnetischen Maasse zu bestimmen, würde man in denselben Stromkreis ausser der Tangentenbussole auch ein Voltameter einschalten und die Wirkungen an beiden Apparaten vergleichen. Ist das Voltameter ein gewöhnliches Wasservoltameter, so muss zur richtigen Messung des Gasvolumens der Druck p als der reducirte Barometerstand vermindert um den Druck der noch gehobenen Flüssigkeitssäule des Voltameters und weiter vermindert um den Sättigungsdruck des Wasserdampfes für die Temperatur ϑ des Gases angerechnet werden. Das normale Volumen V_0 findet sich dann aus dem direct abgelesenen Volumen V durch

$$V_0 = V \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}003663\,\vartheta},$$

wenn p_0 der normale Pariser Atmosphärendruck ist und ϑ in Celsiusgraden gezählt wird.

Aus einem solchen Vergleiche folgt

$$\begin{aligned} 1 \text{ chemische Stromeinheit} &= 0{,}95\, mg^{1/2}\, mm^{1/2}\, sec^{-1} \\ &= 0{,}0095\, g^{1/2}\, cm^{1/2}\, sec^{-1} \end{aligned}$$

magnetisch. Hat man also irgend eine Stromintensität dadurch bestimmt, dass dabei per Minute die Anzahl der entwickelten Cubikcentimeter normalen Knallgases V_0 war, so ist diese Intensität im elektromagnetischen Maasse

$$V_0 \,.\, 0{,}95\, mg^{1/2}\, mm^{1/2}\, sec^{-1}.$$

Das normale Knallgas hat eine Dichte $= 0{,}000536\, g\, cm^{-3}$. Da die elektromagnetische Stromeinheit nach Gaus-Weber'schem System ($1\, mg^{1/2}\, mm^{1/2}\, sec^{-1}$) nach dem Vorstehenden $\frac{1}{0{,}95}\, cm^3$ Knallgas per Minute giebt, so zersetzt sie also $0{,}000536 \cdot \frac{1}{0{,}95}\, g$ $= 564 \,.\, 10^{-6}\, g$ Wasser per Minute oder $94 \,.\, 10^{-7}\, g$ per Secunde.

§ 73. Bestimmung einer Elektricitätsquantität.

In kurzem Stosse abfliessende Elektricitätsquantitäten werden durch Ausschläge eines Galvanometermagnetes bestimmt. Um die hierbei stattfindenden Verhältnisse klarzulegen, möge die Bewegungsgleichung des Galvanometermagnetes behandelt werden. Bezieht man die Betrachtung auf einen um r von der Drehaxe entfernten Punkt des Magnetes, so ist für einen augenblicklichen Ausschlagswinkel φ aus der Ruhelage der zurückgelegte Bogen $x = r\varphi$. Die Geschwindigkeit ist, wenn t die Zeit bedeutet,

$$\frac{dx}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt} \text{ und die Beschleunigung } \frac{d^2x}{dt^2} = r\frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Der Beschleunigung wirkt entgegen eine von Torsion und Erdmagnetismus herrührende Beschleunigung, welche für kleine φ dem x proportional gesetzt wird, und weiter die Dämpfung, welche dem $\frac{dx}{dt}$ proportional zu setzen ist. Daher kann mit den beiden Constanten A und B, deren jede nothwendig die Dimension T^{-1} haben muss, gesetzt werden

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A^2x - 2B\frac{dx}{dt}.$$

Die Integration giebt

$$x = e^{-Bt}\left\{a\,e^{t\sqrt{B^2-A^2}} + b\,e^{-t\sqrt{B^2-A^2}}\right\}.$$

Die Integrationsconstanten a und b bestimmen sich daraus, dass die Zeitzählung bei einer äussersten Elongation ξ beginnen soll, so dass $t = 0$, $x = \xi$ und $\frac{dx}{dt} = 0$ zusammen gehören. Dann hat man

$$x = \frac{\xi . e^{-Bt}}{2\sqrt{B^2-A^2}}$$
$$\left\{(B + \sqrt{B^2-A^2})\,e^{t\sqrt{B^2-A^2}} - (B - \sqrt{B^2-A^2})\,e^{-t\sqrt{B^2-A^2}}\right\}.$$

Für die weitere Behandlung ist zu unterscheiden, ob eine sehr starke Dämpfung die Wurzel reell oder eine schwächere Dämpfung die Wurzel imaginär erscheinen lässt. Es soll hier nur der wichtigere letzte Fall vorausgesetzt werden. Dann ist die Gleichung, indem man die Potenzen von e durch *cos* und *sin* ersetzt, zu schreiben

$$x = \xi e^{-Bt} \left\{ \cos\left(t\sqrt{A^2 - B^2}\right) + \frac{B}{\sqrt{A^2 - B^2}} \sin\left(t\sqrt{A^2 - B^2}\right) \right\}.$$

Man erhält hieraus

$$\frac{dx}{dt} = -\xi e^{-Bt} \cdot \frac{A^2}{\sqrt{A^2 - B^2}} \sin\left(t\sqrt{A^2 - B^2}\right).$$

Daraus ergiebt sich die Schwingungsdauer (für einen Hin- oder Hergang zählend) zu

$$\tau = \frac{\pi}{\sqrt{A^2 - B^2}},$$

womit zugleich die richtige Dimension für A und B eingehalten ist.

Für die Zeiten $t = 0$ und $t = \tau$ hat man

$$x = \xi \quad \text{und} \quad x_1 = -\xi e^{-\frac{B\pi}{\sqrt{A^2 - B^2}}}.$$

Daher das logarithmische Decrement der Schwingungen

$$\lambda = \log nat \frac{x}{-x_1} = \frac{B\pi}{\sqrt{A^2 - B^2}},$$

woraus zugleich $B = \frac{\lambda}{\tau}$ folgt.

Wenn man die hier gefundenen Bestimmungen jetzt rückwärts in die Ausgangsdifferentialgleichung statt A und B einträgt, so lautet die Gleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\pi^2 + \lambda^2}{\tau^2} x - \frac{2\lambda}{\tau} \frac{dx}{dt}$$

und die Integralgleichung

$$x = \xi e^{-\frac{\lambda t}{\tau}} \left\{ \cos\frac{\pi t}{\tau} + \frac{\lambda}{\pi} \sin\frac{\pi t}{\tau} \right\}.$$

Die vorangegangene Betrachtung bezog sich auf ein stromloses Galvanometer. Dieselbe findet nun ohne Weiteres Anwendung, wenn in sehr kurzem Stosse eine Elektricitätsquantität durch das Galvanometer geführt wird. Vermittelst eines solchen Stosses möge der erste Ausschlag des Magnetes ξ_1 erzielt werden. Man kann dann die Sache so ansehen, als wenn das stromlose Galvanometer unmittelbar vorher eine entgegengesetzte Magnetablenkung $-\xi_1 e^{\lambda}$ gehabt habe. Damit wird jetzt die vorige Formel zu

$$x = -\xi_1 e^{\lambda} e^{-\frac{\lambda t}{\tau}} \left\{ \cos \frac{\pi t}{\tau} + \frac{\lambda}{\pi} \sin \frac{\pi t}{\tau} \right\},$$

wobei nunmehr die Zeit vom Augenblicke der fingirten Ablenkung $-\xi_1 e^{\lambda}$ aus gezählt wird.

Aus dieser Gleichung soll die Geschwindigkeit, welche im Augenblicke des Stosses herrscht und letzterem zuzuschreiben ist, berechnet werden. Für diesen Augenblick, der zur Zeit t_1 eintreten möge, gilt $x = 0$ und daraus

$$tg \frac{\pi t_1}{\tau} = -\frac{\pi}{\lambda},$$

wobei der Winkel offenbar im zweiten Quadranten liegt. Daraus folgt

$$arctg \frac{\pi}{\lambda} = \pi \cdot \frac{\tau - t_1}{\tau}$$

und

$$\sin \frac{\pi t_1}{\tau} = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}$$

und hiermit für den Zeitpunkt t_1 die Geschwindigkeit

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{\tau} \cdot \xi_1 e^{\frac{\lambda}{\pi} arctg \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Für die sehr kurze Dauer τ_0 des Stosses lässt sich andrerseits, wenn J die mittlere Intensität des stossenden elektrischen Stromes, also $J\tau_0$ die gesuchte Elektricitätsquantität ε ist, die Bewegungsgleichung des Magnetes, die dann die Form

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\pi^2 + \lambda^2}{\tau^2} x - \frac{2\lambda}{\tau} \frac{dx}{dt} + kJ$$

hat, folgendermaassen verwerthen. Während des vorübergehenden Stosses bleibt x mit grosser Annäherung gleich Null, daher unter gleichzeitiger Berücksichtigung, dass $\lambda \frac{\tau_0}{\tau}$ ein sehr kleiner Bruch ist, genügend genau

$$\frac{dx}{dt} = kJ\tau_0 = k\varepsilon.$$

Diese Geschwindigkeit ist dieselbe, die vorhin gefunden wurde, daher

$$k\varepsilon = \frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{\tau} \xi_1 \cdot e^{\frac{\lambda}{\pi} arctg \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Um hierin endlich noch k zu bestimmen, lässt man einen constanten Strom von der Intensität J_1 durch dasselbe Galvanometer gehend dem Magnete eine kleine ($\cos \varphi_1$ nahezu 1) definitive Ablenkung x_1 ertheilen. Für diesen Fall wäre die Bewegungsgleichung allgemein

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\pi^2 + \lambda^2}{\tau^2} x - \frac{2\lambda}{\tau} \frac{dx}{dt} + kJ_1$$

mit natürlich demselben k, wie oben, und jetzt also für die definitive Ablenkung x_1

$$kJ_1 = \frac{\pi^2 + \lambda^2}{\tau^2} x_1.$$

Daher schliesslich die gesuchte Elektricitätsquantität

$$\varepsilon = J_1 \cdot \frac{\xi_1}{x_1} \cdot \frac{\tau \cdot e^{\frac{\lambda}{\pi} arctg \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}.$$

Es genügt also, hier J_1 elektromagnetisch auszudrücken (§ 72), um auch ε in diesem Maasse zu erhalten.

§ 74. Bestimmung einer Stromarbeit und einer elektromotorischen Kraft.

Die Arbeit eines Stromes äussert sich im einfachsten Falle in einer Erwärmung des Schliessungskreises. Für einen Schliessungskreis, worin die gesammte elektromotorische Kraft V während der Zeit t einen constanten Strom von der Intensität J veranlasst hat, wurde als Gesammtarbeit in § 57 gefunden VJt. Eine ebenso grosse Wärmemenge in absolutem Maasse muss im einfachsten Falle im ganzen Schliessungskreis producirt sein. Davon fällt auf einen Theil des Schliessungskreises, welcher von dem gesammten Widerstand R desselben den Bruchtheil R_1 darstellt, die Wärmemenge

$$\frac{R_1}{R} VJt.$$

Hat man also bei bekanntem Verhältniss $\frac{R_1}{R}$ für den Theil R_1 eine Wärmemenge von einer Anzahl Q Calorien entwickelt erhalten, so ist die gesammte Arbeit im absoluten Maasse nach § 36

$$VJt = Q\frac{R}{R_1}\cdot 422\,.\,10^{13}\,mg\,mm^2\,sec^{-2}$$
$$= Q\frac{R}{R_1}\,422\,.\,10^8\,g\,cm^2\,sec^{-2}.$$

Bei Anwendung der praktischen Einheiten (§ 70) würde man haben

$$VJt = Q\frac{R}{R_1}\,4220\,(10^{-11}g)\,(10^7 m)^2\,sec^{-2}.$$

Durch eine solche Bestimmung kann man zugleich die thätige elektromotorische Kraft erhalten als

$$V = \frac{Q}{Jt}\cdot\frac{R}{R_1}\,422\,.\,10^{13}\,mg^{1/2}\,mm^{3/2}\,sec^{-2}$$
$$= \frac{Q}{Jt}\cdot\frac{R}{R_1}\cdot 422\,.\,10^8\,g^{1/2}\,cm^{3/2}\,sec^{-2}.$$

Dabei ist nur Q in Calorien für den Theil R_1 anzugeben, das Verhältniss $\frac{R}{R_1}$ zu nehmen und J elektromagnetisch (§ 72) zu messen, um V ebenfalls elektromagnetisch zu gewinnen.

§ 75. Bestimmung eines Widerstandes und einer elektromotorischen Kraft.

Nach der folgenden Methode kann ein Widerstand und damit auch eine elektromotorische Kraft bestimmt werden.

Als Drehmoment für eine kleine Magnetnadel mit dem magnetischen Momente μ, die im Centrum und in der Ebene eines grossen Stromkreises mit dem Radius r und der Stromintensität J aufgehängt war, fand sich § 72

$$D = \frac{2\pi J\mu}{r}.$$

Dieses Drehmoment sucht die Nadel normal zur Stromebene zu stellen.

Dreht man jetzt gegenüber dem stromlosen Kreise die Nadel aus der Meridianstellung in der Ebene des Kreises in die Normalstellung, so inducirt man in dem Kreise eine solche elektromotorische Kraft V_0, dass sie für die Dauer τ_0 des Drehens mit derselben obigen Stromintensität J combinirt ge-

dacht eine Arbeit gleich dem vorstehenden Drehmoment liefern würde. Es ist folglich

$$V_0 \tau_0 = \frac{2\pi\mu}{r}.$$

Im Zusammenhange mit dem in § 71 unter 1) Angeführten kann die kleine Nadel μ in der angegebenen Situation gegenüber einem grossen Kreise auch durch die Horizontalintensität H des Erdmagnetismus für Fernwirkungen ersetzt werden, wenn man einfach

$$\frac{\mu}{H} = \frac{r^3}{2}$$

macht, d. h. mit Rücksicht auf das vorliegende r dem μ den hieraus folgenden Werth beilegt. Mit einem solchen μ, resp. jetzt mit dem mit $\frac{2\mu}{r^3}$ gleichwerthigen horizontalen Erdmagnetismus H hat man dann, wenn man den Stromkreis dem Erdmagnetismus gegenüber aus der Meridianstellung in die normale Stellung während der Zeit τ_0 dreht, eine elektromotorische Kraft V inducirt, so dass

$$1) \qquad V\tau_0 = \pi r^2 H$$

ist.

Wenn der Kreis nicht direct geschlossen ist, sondern durch parallele Drähte noch über ein entferntes feststehendes Galvanometer führt, und der gesammte Widerstand (der nur in Drahtform, also sehr bequem vorliegt) dieser Schliessung R ist, so wird die Elektricitätsquantität

$$2) \qquad \varepsilon = \frac{V\tau_0}{R}$$

in Folge der Induction durch die Galvanometerwindungen getrieben.

Aus 1) und 2) folgt für den Widerstand

$$R = \frac{\pi r^2 H}{\varepsilon}.$$

Setzt man für ε den in § 73 gefundenen Werth nach der dortigen Bestimmungsmethode ein, so ist schliesslich

$$R = \frac{\pi r^2 H}{J_1} \cdot \frac{x_1}{\xi_1} \cdot \frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{\tau} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Hierin muss H und J_1 elektromagnetisch gemessen sein, um auch R elektromagnetisch zu finden. Da in diesem Maasssystem

$$(dim\, H) = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1} \text{ nach § 62}$$

und

$$(dim\, J_1) = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1} \text{ nach § 65}$$

ist, so findet sich aus der vorstehenden Formel richtig (§ 65)

$$(dim\, R) = LT^{-1}.$$

Kann man nunmehr nach § 72 eine Stromintensität und nach dem gegenwärtigen Paragraphen einen Widerstand elektromagnetisch bestimmen, so ist damit auch unter Anwendung des Ohm'schen Gesetzes eine elektromotorische Kraft elektromagnetisch ausdrückbar.

Als Resultate der vorstehend berührten und ähnlicher Messungen haben sich folgende Bestimmungen für empirisch eingeführte Einheiten des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft ergeben.

Im elektromagnetischen System ist

$$1 \text{ Siemens Einheit} = 9717 \,.\, 10^6\, mm\, sec^{-1} = 9717 \,.\, 10^5\, cm\, sec^{-1}.$$

Ferner sei nochmals erwähnt, dass, während

$$1 \text{ Ohm exact} = 10^{10}\, mm\, sec^{-1} \text{ ist,}$$

$$1 \text{ Etalon Ohm} = 102 \,.\, 10^8\, mm\, sec^{-1} \text{ ist (§ 70).}$$

Der Werth von 1 Ohm ist also nur um wenige Procent von 1 Siemens Einheit unterschieden.

Andrerseits ist elektromagnetisch gemessen die elektromotorische Kraft von

$$1 \text{ Daniell} = 112 \,.\, 10^9\, mg^{1/2}\, mm^{3/2}\, sec^{-2} = 112 \,.\, 10^6\, g^{1/2}\, cm^{3/2}\, sec^{-2}.$$

Da

$$1 \text{ Volt} = 10^{11}\, mg^{1/2}\, mm^{3/2}\, sec^{-2}$$

ist nach § 70, so ist 1 Volt nur um einige Procent von 1 Daniell verschieden.

Ferner ist

$$1 \text{ Grove} = 194 \,.\, 10^9\, mg^{1/2}\, mm^{3/2}\, sec^{-2} = 194 \,.\, 10^6\, g^{1/2}\, cm^{3/2}\, sec^{-2}.$$

Rücksichtlich der elektromotorischen Kraft möge noch erwähnt werden, dass für alle Fälle der Voltainduction die elektromotorische Kraft im elektromagnetischen System ohne weitere Constante durch den Ausdruck $\frac{d(JP)}{dt}$ gegeben ist, worin in bekannter Weise P der Inductionscoefficient, nämlich

$$P = \int\int \frac{\cos(dx\,dx_1)\,dx\,dx_1}{l}$$

(l die Entfernung der Stromelemente dx und dx_1) ist und die Stromintensität J elektromagnetisch gemessen sein muss. Da $(dim\,P) = L$ ist, so ist elektromagnetisch $\frac{P}{t}$ mit der Dimension einer Geschwindigkeit einem Widerstande gleichwerthig und daher das Product aus J und einem solchen Werthe richtig eine elektromotorische Kraft.

Alphabetisches Verzeichniss

der

abgeleiteten Begriffe und Einheiten, deren Dimensionen in den beigesetzten Paragraphen angegeben sind.

Für die magnetischen und elektrischen Begriffe bedeutet der Zusatz „*el*" das elektrostatische und der Zusatz „*mag*" das elektromagnetische Maasssystem.

Berichtigung: Seite 1 Zeile 11 v. u. lies Maasse statt Masse.

Krebs, Dr. G., Lehrer der Physik und Chemie an der höheren Gewerbe- und Handelsschule zu Frankfurt a/M., Einleitung in die mechanische Wärmetheorie. Mit 52 Holzschnitten im Text. (VI u. 218 S.) gr. 8. 1874. n. 4 Mk.

Nachdem die theoretische Wärmelehre durch die Aufstellung der mechanischen Wärmetheorie, welche nunmehr die Zustimmung aller Männer von Fach sich erworben, sowie durch die Erforschung der Gesetze der strahlenden Wärme hinreichende Sicherheit erlangt und das allgemeinste Interesse erregt hat, dürfte ein Buch erwünscht sein, welches die hauptsächlichsten Gesichtspunkte dieser Theorien von rein wissenschaftlichem Standpunkte aus, jedoch in solcher Fassung vorträgt, dass jeder, dem die gewöhnlichsten Lehren der Experimentalphysik, sowie die Elemente der Mathematik bekannt sind, ohne Schwierigkeit das Gegebene zu erfassen vermag.

Da in einem besonderen Capitel die innige Verknüpfung dieser Theorien mit den übrigen Theilen der Physik dargelegt wird, so wird das Buch, zu welchem der Verfasser durch Maxwell's Theory of the heat die Anregung erhielt, dem Anfänger als Richtschnur für tiefer gehende Studien dienen und jedem Freund der Naturwissenschaft überhaupt einen Ueberblick über die Bestrebungen der „neueren Physik" gewähren können.

„Dem eben gegebenen Inhaltsverzeichniss, welches die gleichmässige Berücksichtigung des rein Theoretischen, des Experimentellen und Technischen, wie schon früher erwähnt wurde, erkennen lässt, füge ich zur Charakteristik des Buches noch hinzu, dass man bei der mathematischen Behandlung, welche hier bekanntlich nicht elementar sein kann, sondern von Differentialgleichungen mehrerer Variablen und einfachen Integrationen ohne Nachtheil nicht absehen darf, einer gefälligen Darstellung begegnet. Ferner mögen zahlreiche Citate nicht unerwähnt bleiben, welche auf die Originalarbeiten oder andere bemerkenswerthe Arbeiten hinweisen.

In Anbetracht der eben hervorgehobenen Vorzüge und unter nochmaligem Hinweis auf den billigen Preis verdient das Werkchen von Krebs die wärmste Empfehlung an Diejenigen, welche einen verständnissvollen Ueberblick über die mechanische Wärmetheorie anstreben oder einen Ausgangspunkt für tiefer eingehende Studien in dieser jungen, aber so wichtigen Wissenschaft suchen."

[E. Kahl in der Zeitschrift für Mathematik u. Physik.]

Lorberg, Dr. H., Oberlehrer am kais. Lyceum zu Strassburg, Lehrbuch der Physik für höhere Lehranstalten. Mit zahlreichen Holzschnitten und 1 lithographirten Tafel. (XVI u. 320 S.) gr. 8. 1877. geh. n. 4 Mk.

Das vorliegende Lehrbuch unterscheidet sich von andern seiner Art hauptsächlich durch das Gewicht, welches auf strenge logische Entwickelung und mathematische Beweisführung gelegt ist. In demjenigen Theil der Physik, in welchem sich alle Gesetze vollständig aus den fundamentalen Eigenschaften der Materie herleiten lassen, der Mechanik, ist dieser Gang consequent eingehalten und dem Experiment nur die Rolle einer nachträglichen Verification der abgeleiteten Gesetze zuertheilt worden; der Verf. ist dabei von der Ueberzeugung ausgegangen, dass dieser wichtigste Theil der Physik seine eigentliche Bedeutung für den Jugendunterricht darin findet, angewandte Logik sowie angewandte Mathematik und damit die naturgemässe Krönung des mathematischen Unterrichts, zugleich neben der Mathematik das einzige der Jugend zugängliche Beispiel einer sich mit vollkommener Consequenz aufbauenden deductiven Wissenschaft, ja von Wissenschaft überhaupt zu sein; und dass ferner die in der logischen Folgerichtigkeit liegende Ueberzeugungskraft durch keine noch so sorgfältig ausgewählte Reihe einzelner Erfahrungsthatsachen in gleichem Maasse gewährt werden kann. In der strengen elementar-mathematischen Behandlung auch schwierigerer Gegenstände der Mechanik, z. B. der Pendelschwingungen als Grundlage der gesammten Wellenlehre, ferner der Wellenlehre selbst, der allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichts und des Satzes von der Erhaltung der Energie, dürfte das Buch wohl mehr leisten als seine dem Verfasser bekannten Vorgänger; was sich nicht auf elementar-mathematischem Wege zu genügendem Verständniss bringen liess, ist weggelassen worden; doch dürfte dieses Schicksal von wichtigeren Gegenständen der Mechanik wohl nur die Rotations-Erscheinungen, die Theorie des innern Gleichgewichts der Körper und die allgemeinen Gesetze der Bewegung eines Punktsystems betroffen haben

In den übrigen Theilen der Physik verlangte die Natur des Gegenstandes eine Abweichung von diesem rein deductiven Wege; aber auch hier ist sorgfältig der Schein — welcher nur auf Selbsttäuschung des Lehrers und Täuschung der Schüler beruhen könnte — vermieden worden, als könne die Physik im Schulunterricht in Form einer inductiven Wissenschaft behandelt werden, als könne dem Schüler zugemuthet werden, in der dem physikalischen Unterricht zu Gebote stehenden beschränkten Zeit den tausendjährigen Entwickelungsgang der Wissenschaft in sich durchzumachen. Weiteres über den Plan des Buches siehe: B. G. Teubner's Mittheilungen 1877. Nr. 3.

Lorenz, L., die Lehre vom Licht. Vorlesungen in der obersten Klasse der Offizierschule zu Kopenhagen gehalten. Autor. deutsche

Ausgabe. Mit zahlreichen Holzschnitten im Text. (203 S.) gr. 8. 1877. geh. n. 4 Mk.

Die populäre Darstellung macht das vorliegende Buch vorzugsweise für das grössere Publikum geeignet, es enthält aber auch in wissenschaftlicher Beziehung viele neue Gesichtspunkte, die ihm auch das Interesse der Fach-Gelehrten zuwenden werden.

Narr, Dr. F., Docent der Physik an der Universität München, Einleitung in die theoretische Mechanik. Mit 35 Figuren in Holzschnitt. (XII u. 350 S.) gr. 8. 1875. geh. n. 6 Mk.

Dieses Buch wird zunächst eine geeignete Vorschule für die grösseren Werke über die Mechanik, vor Allem für die in dem gleichen Verlage erschienenen Werke von Kirchhoff und Schell bilden, der eigenthümliche Aufbau desselben, die genaue Ausführung der Details, die theilweise zu klareren, theilweise zu neuen Anschauungen führte, endlich die sorgfältige Benutzung der Literatur in den Anwendungen wird demselben aber auch Interesse in weiteren Kreisen sichern.

Neumann, Dr. **Carl**, die elektrischen Kräfte. Darlegung und Erweiterung der von A. Ampère, F. Neumann, W. Weber, G. Kirchhoff entwickelten mathematischen Theorien. I. Theil. Die durch die Arbeiten von A. Ampère und F Neumann angebahnte Richtung. (XV u. 272 S.) gr. 8. 1873. geh. n. 7 Mk. 20 Pf.

„„Lentement, petit à petit, croissent les Sciences, et tard on parvient à la vérité par mainte erreur. Tout doit avoir été préparé par un long et constant effort pour l'apparition d'une vérité nouvelle; alors il vient un moment où elle jaillit d'elle-même, comme par une nécessité divine."" Ces mots de Jacobi, que M. Carl Neumann a mis en guise d'épigraphe au frontispice de son livre sur les Forces électriques, sont admirablement en situation, lorsqu'on songe à la rapidité avec laquelle la théorie de l'électromagnétisme s'est développée entre les mains d'Ampère, immédiatement après la découverte de l'action des courants fermés sur l'aiguille aimantée, découverte à laquelle se bornent les droits du Danois Oersted. Aujourd'hui nous sommes de nouveau dans la période d'élaboration, de préparation patiente qui précède les grandes découvertes; car il s'agit maintenant de frayer la voie à celui qui trouvera la théorie mécanique de l'électricité, qui réunira dans une synthèse simple et générale les faits épars et les formules isolées".

„„L'établissement d'une théorie satisfaisante des phénomènes électriques"" dit M. C. Neumann „„est peut-être un problème réservé aux siècles à venir. Tout ce qui pour le moment, peut être fait dans cette direction, c'est de nous appliquer à explorer le terrain de ces phénomènes en tous sens, et en l'abordant des côtés les plus divers. Dans la partie de mon Ouvrage que je publie aujourd'hui, je me suis efforcé de poursuivre la route indiquée par les travaux d'Ampère et par ceux de mon père. Plus tard je tâcherai d'explorer avec le même soin celle qui a été tracée par Weber et Kirchhoff.""

„Voici en peut de mots le plan de l'important travail que nous avons sous les yeux, et qui, loin de se borner à un simple exposé des recherches d'Ampère et de Franz Neumann, nous fait faire un pas de plus vers la connaissance des lois qui régissent les phénomènes, encore si obscurs, de l'induction électrique." — — — — —

„La marche suivie par M. Neumann pour établir ses formules est un modèle de circonspection et de rigueur mathématique; il ne fait pas un pas en avant sans s'être assuré de la solidité du terrain, et l'on ne perd jamais des yeux un seul instant la ligne qui sépare les hypothèses plausibles des vérités démontrées. Des tentatives comme celle qu'il vient de mener à bonne fin ont une grande importance, parce qu'elles coordonnent et relient entre eux les résultats d'une foule de recherches dont on n'aperçoit toute la fécondité que lorsqu'elles se trouvent rapprochées de manière à s'éclairer mutuellement."

[Bulletin des sc. math. et astr., réd. par Darboux.]

——— Vorlesungen über die mechanische Theorie der Wärme. (XVI u. 240 S.) gr. 8. 1875. geh. n. 7 Mk. 20 Pf.

„Während lange Zeit hindurch die Deutsche Literatur auffällig arm an Werken war, welche dazu geeignet schienen, in systematischer Weise in die eigenthümlichen Betrachtungsweisen der mechanischen Wärmetheorie einzuführen und mit ihren Resultaten bekannt zu machen, hat sich dieser Zustand in neuerer Zeit in erfreulichster Weise geändert."

„Zu den bedeutendsten Erscheinungen auf diesem Gebiete gehört, neben der systematischen Umarbeitung der classischen Abhandlungen von Clausius, ohne Zweifel das vorliegende Werk C. Neumann's. — — —"

„Die Reichhaltigkeit und strenge Systematik des Inhalts, die seltene Klarheit und Schärfe des Ausdrucks weisen dieser Arbeit eine ganz hervorragende Stellung unter den verwandten Erscheinungen an."

[Rühlmann in Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik.]

Neumann, Dr. **F.**, Professor der Physik an der Universität zu Königsberg, Beiträge zur Theorie der Kugelfunctionen.

I. u. II. Abtheilung. [In einem Band.] (156 S.) gr. 4. 1878. geh. n. 8 Mk.

Gewisse Probleme über die Einwirkung eines geschlossenen elektrischen Stromes von elliptischer Gestalt veranlassten den Verf. einzelne Theile der Theorie der Kugelfunctionen, namentlich die Entwickelung der Kugelfunctionen zweiter Art für ein sogenanntes zusammengesetztes Argument einem näheren Studium zu unterwerfen. Die Resultate dieser Untersuchungen, welche der Verf. unter dem obigen Titel zu veröffentlichen im Begriff ist, zerfallen der Hauptsache nach in drei Theile. ie erste Abtheilung beschäftigt sich mit der Darstellung der Kugelfunctionen erster und zweiter Art durch unendliche Reihen und begrenzte Integrale. Die zweite Abtheilung behandelt die Producte zweier Kugelfunctionen, und zeigt, wie man ein solches Product in eine nach Kugelfunctionen fortschreitende Reihe zu entwickeln im Stande ist. Endlich wird die dritte Abtheilung die schon erwähnte Entwickelung der Kugelfunctionen zweiter Art für ein zusammengesetztes Argument zum Gegenstand haben.

Schell, Dr. Wilhelm, grossh. bad. Hofrath u. Professor am Polytechnikum zu Karlsruhe, Theorie der Bewegung und der Kräfte. Ein Lehrbuch der theoretischen Mechanik. Mit besonderer Rücksicht auf das wissenschaftliche Bedürfniss technischer Hochschulen. Zweite umgearbeitete Auflage. I. Band. 1. Geometrie der Streckensysteme und Geometrie der Massen. 2. Geometrie der Bewegung und Theorie der Bewegungszustände (Kinematik). Mit vielen in den Text gedruckten Holzschnitten. (XVI u. 580 S.) gr. Lex.-8. 1879. geh. n. 10 Mk.

Die neue Auflage des Werkes behandelt die theoretische Mechanik in vier Theilen, von denen die beiden ersten den ersten Band, die beiden letzten den zweiten Band füllen und die Titel führen: 1) Geometrie der Streckensysteme und Geometrie der Massen, 2) Geometrie der Bewegung und Theorie der Bewegungszustände (Kinematik), 3) Theorie der Kräfte und ihrer Aequivalenz (Dynamik im ursprünglichen Sinne und Statik) und 4) Theorie der durch Kräfte erzeugten Bewegung (Kinetik oder Dynamik im engeren Sinne).

Der zweite Band wird in der Theorie der Kräfte auf die neueren Forschungen, insbesondere die von Ball, Darboux u. a. alle wünschenswerthe Rücksicht nehmen und ebenso in der Kinetik manchen wichtigen Untersuchungen Raum geben, die in der ersten Auflage fehlen, dagegen andere Theorien mehr physikalischen Charakters mit Hilfe heutiger Darstellungsmittel kürzer zu fassen suchen.

Den beiden Hauptzielen des Werkes, die theoretische Mechanik als eine rein mathematische Disciplin von vorwiegend geometrischem Charakter darzustellen und durch Klarheit und Präcision der Begriffe, sowie durch sorgfältige Angabe der Literatur das Interesse für diese Wissenschaft zu beleben und deren Studium zu erleichtern, glaubt der Verfasser mit der neuen Auflage, welche als eine vollständige Umarbeitung der ersten Auflage anzunehmen ist, um einen nicht unbedeutenden Schritt näher gerückt zu sein.

Sohncke, Leonhard, Professor am Polytechnikum zu Karlsruhe, Entwickelung einer Theorie der Krystallstruktur. Mit 55 Holzschnitten im Text u. 5 lithogr. Taf. gr. 8. 1879. geh. n. 8 Mk.

Die Struktur eines krystallisirten Körpers, d. h. die Anordnung der ihn zusammensetzenden Theilchen, bedingt die Gesammtheit seiner geometrischen und physikalischen Eigenschaften, sie selbst aber ist bedingt durch die Kräfte, mit welchen die Theilchen auf einander wirken. Wenn es nun ohne willkürliche Voraussetzungen gelingt, zu bestimmten Vorstellungen über die Struktur zu gelangen, so wird dadurch einerseits das gesammte Verhalten der Krystalle dem Verständniss näher gebracht, andererseits aber muss dadurch auch Licht in das bisher noch so dunkle Gebiet der Molekularkräfte fallen.

In vorliegender Schrift sind nun, mit Zugrundelegung des aus dem Gesammtverhalten der Krystalle entnommenen selbstverständlichen Grundsatzes von der regelmässigen Anordnung der Theilchen, alle überhaupt geometrisch möglichen Strukturformen abgeleitet; unter ihnen müssen also die in den Krystallen realisirten Strukturen mit enthalten sein. Die Lösung dieses geometrischen Problems, welche zuerst von Herrn Camille Jordan (wenngleich nicht ganz fehlerfrei) geleistet wurde, erscheint hier in anschaulicherer Form, so wie sie zur Vergleichung mit der Natur geeignet ist. Diesem Hauptheile der vorliegenden Schrift (dessen Resultate übrigens schon früher ohne Beweis vom Verfasser veröffentlicht sind: „Die unbegrenzten regelmässigen Punktsysteme als Grundlage einer Theorie der Krystallstruktur. Karlsruhe 1876"), ist eine geschichtliche Uebersicht der wichtigsten bisherigen Theorien der Krystallstruktur vorausgeschickt, aus welcher hervorgeht, dass sich die hier auseinandergesetzte Theorie stetig an die früheren anschliesst, jedoch viel allgemeiner ist als jene, und dass sie die früher, besonders von Haüy und Bravais, gewonnenen Resultate mit umfasst — Der letzte Abschnitt giebt eine eingehende Vergleichung der theoretischen Resultate mit den Thatsachen der Natur, wobei sich die weitestgehende

Uebereinstimmung beider herausstellt. Ein bemerkenswerther Theil dieser Vergleichung besteht darin, dass sich ein einfacher Zusammenhang zwischen der schraubenförmigen Struktur gewisser Krystalle und der ihnen zukommenden Eigenschaft der Drehung der Polarisationsebene ergiebt.

Somoff, Josef, Mitglied der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften und Prof. emer. an der Universität zu St. Petersburg, theoretische Mechanik. Aus dem Russischen übersetzt von A. Ziwet. Zwei Theile. gr. 8. 1878. 1879. geh. n. 13 Mk. 60 Pf.

Jeder Theil à n. 6 Mk. 80 Pf.

I. Theil: Kinematik. 1878 (XVI u. 412 S.)

II. „ Einleitung in die Statik u. Dynamik. Statik. 1879. (VIII u. 407 S.)

Ein Recensent am Literarischen Centralblatt 1878, Nr. 18, sagt hierüber:

„Referent hat mit wahrem Vergnügen und mit immer steigendem Interesse Somoff's vorliegenden ersten Theil einer theoretischen analytischen Mechanik, speciell die Kinematik umfassend, gelesen und kann versichern, dass ihm bis jetzt ungeachtet der ausgezeichneten Arbeiten französischer und englischer Schriftsteller gleichen Faches, wie der von Resal, Bour, Thomson und Tait etc., doch kein Buch vorgekommen ist, welches, bei gleich gedrängter und doch nicht zu weit getriebener Kürze, grössere Einfachheit und klarere, bündigere Darstellung, mehr Neues und Originelles aufzuweisen hätte, als die Somoff'sche Kinematik."

Waltenhofen, A. von, k. k. ord. Professor der Physik an der deutschen technischen Hochschule zu Prag, Grundriss der allgemeinen mechanischen Physik. Die wichtigsten Lehrsätze der Mechanik fester, flüssiger und gasförmiger Körper, der mechanischen Wärmetheorie und der Potentialtheorie nebst einer mathematischen Einleitung. Für Studirende an Hochschulen und für Lehramtscandidaten. (XII u. 361 S.) gr. 8. 1875. geh. n. 8 Mk.

Das Buch enthält in den drei ersten Kapiteln die in allen Lehrbüchern der Physik mehr oder weniger eingehend behandelten mechanischen Disciplinen; das vierte Kapitel bildet ein Abriss der mechanischen Wärmetheorie und das fünfte (wohl das umfangreichste) umfasst die Grundzüge der Potentialtheorie. Eine vorausgeschickte Einleitung entwickelt die zum Verständnisse des Buches erforderlichen Lehrsätze aus der höheren Mathematik.

Bei der Abfassung dieses zunächst für Studirende an Hochschulen und für Lehramtscandidaten bestimmten Compendiums ist der Verfasser von der gewöhnlichen Einrichtung physikalischer Lehrbücher in zweifacher Hinsicht wesentlich abgewichen.

Fürs erste ist auf eine Wiederholung der Lehrsätze, welche schon an den Mittelschulen (in den oberen Klassen der Gymnasien und Realschulen) allenthalben gelehrt werden, grundsätzlich nicht mehr eingegangen worden. Auch die Apparate und Versuche, welche in den Bereich dieser Unterrichtsstufe gehören, werden durchwegs als bekannt vorausgesetzt. Auf diese Art war es möglich, die drei ersten Hauptstücke, welche die allgemeine Mechanik und die Mechanik der Aggregationszustände behandeln, auf einen verhältnissmässig kleinen Umfang zu beschränken. Sie enthalten eben nur dasjenige, was vermöge der Einrichtung der Mittelschulen nothwendig dem physikalischen Lehrvortrage an der Hochschule vorbehalten bleiben muss, wobei der Verfasser in erster Linie die Bedürfnisse und Verhältnisse technischer Hochschulen im Auge behalten hat. — Andererseits hat der Verfasser, der durch Wüllner's Lehrbuch angebahnten Neuerung folgend, aber in dieser Richtung noch etwas weiter gehend, die sonst auch in Lehrbüchern für Hochschulen noch allgemein übliche Einschränkung auf die Hilfsmittel der Elementar-Mathematik fallen gelassen. Diesem Zwecke dient eben auch die mathematische Einleitung, welche Jeden, der die Mittelschule mit gutem Erfolge zurückgelegt hat, befähigt, sich in kürzester Zeit mit jenen Lehrsätzen der höheren Mathematik vertraut zu machen, die in dem Buche zur Anwendung kommen und überhaupt für einen den Bedürfnissen einer technischen Hochschule entsprechenden physikalischen Unterricht nothwendig und hinreichend sind.

Durch diese Einrichtung ist es möglich geworden, den drei genannten Hauptstücken in einem vierten und fünften noch die Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie und der Potentialtheorie anzuschliessen, deren Aufnahme in die Lehrbücher der Physik ebenfalls durch Wüllner's verdienstvolles Lehrbuch angebahnt worden ist.

In dieser Zusammenstellung bilden die genannten Partien ein Ganzes, für welches der Titel: „allgemeine mechanische Physik" passend schien, insofern es diejenigen physikalischen Disciplinen umfasst, die in der nächsten und unmittelbarsten Beziehung zu den allgemeinen Principien der Mechanik stehen.

Wand, Theodor, Consistorial-Assessor und Mitglied der bayrischen Abgeordneten-Kammer, die Principien der mathematischen Physik und die Potentialtheorie nebst ihren vorzüglichsten

Anwendungen. Mit 8 in den Text gedruckten Holzschnitten. (VIII u. 184 S.) gr. 8. 1871. geh. n. 3 Mk.

Die Potentialtheorie hat für die neuere Physik, welche sie vollständig beherrscht, eine solche Wichtigkeit erlangt, dass die nähere Kenntniss derselben nicht blos für den Fachmann, sondern für Jeden, der in das Wesen der Naturkräfte tiefer eindringen will, unerlässlich ist. Gleichwohl fehlt es noch an einem Buche, welches geeignet wäre, den Anfänger mit diesem wichtigen Theile der mathematischen Physik vollkommen vertraut zu machen, so dass dieser noch immer darauf angewiesen ist, die Originalarbeiten von Laplace, Poisson, Green, Gauss u. s. w., die theilweise nur in grossen Bibliotheken zu haben sind und bedeutende Vorkenntnisse voraussetzen, nachzuschlagen.

Diese Wahrnehmung hat den Verfasser zur Ausarbeitung der vorliegenden Schrift veranlasst.

Wüllner, Dr. **Adolf**, Professor der Physik an der königl. polytechnischen Schule zu Aachen, Einleitung in die Dioptrik des Auges. Mit 19 Figuren in Holzschnitt. gr. 8. 1866. geh. 2 Mk. 40 Pf.

——— Lehrbuch der Experimentalphysik. Vier Bände. Dritte vielfach umgearbeitete und verbesserte Auflage. Mit vielen in den Text gedr. Holzschn. gr. 8. 1874. 1875. geh. n. 41 Mk.

Einzeln:

I. Band: Mechanik und Akustik. (VIII u. 737 S.) gr. 8. 1874. geh. n. 9 Mk.

II. Band: Die Lehre vom Licht. Mit vielen Holzschnitten und 4 Spectraltafeln. (VIII u. 624 S.) gr. 8. 1875. geh. n. 9 Mk.

III. Band: Die Lehre von der Wärme. A. u. d. T.: Die Lehre von der Wärme vom Standpunkte der mechanischen Wärmetheorie. Mit vielen Holzschnitten. (VIII u. 717 S.) gr. 8. 1875. geh. n. 9 Mk.

IV. Band: Die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität. (VIII u. 1032 S.) gr. 8. 1875. geh. n. 14 Mk.

Die wissenschaftlichen Vorzüge dieses neuen, elegant ausgestatteten Lehrbuchs der Physik sind von der Kritik einstimmig anerkannt worden. Dasselbe hat sich die Aufgabe gestellt, einerseits die physikalischen Lehren in weiteren Kreisen bekannt zu machen, andererseits denjenigen, welche tiefer in das Gebiet des physikalischen Wissens eindringen wollen, als Vorschule zu dienen, es hat aber, ohne den ersten Zweck ausser Acht zu lassen, die zweite wissenschaftliche Aufgabe mehr ins Auge gefasst, als dies von den verbreitetsten Lehrbüchern der Physik bis jetzt geschehen ist. Die neue Auflage ist eine wesentlich vermehrte und verbesserte.

——— Compendium der Physik für Studirende an Universitäten und technischen Hochschulen. Zwei Bände. Mit zahlreichen Abbildungen im Text und einer farbigen Spectraltafel. gr. 8. geh. 1879. Beide Bände zusammen n. 19 Mk. 20 Pf.

Einzeln jeder Band à n. 9 Mk. 60 Pf.

I. Band: Allgemeine Physik, Akustik u. Optik. (VIII u. 659 S.)

II. Band: Die Lehre von der Wärme, dem Magnetismus und der Elektricität. (VIII u. 703 S.)

Durch die Herausgabe dieses Compendiums der Physik kommt der Verfasser dem mehrfach und von verschiedenen Seiten ausgesprochenen Wunsche nach, ein kürzeres Lehrbuch für die Studirenden an Universitäten und technischen Hochschulen zu bearbeiten, welche zu ihren Fachstudien einer gründlichen Kenntniss der Physik bedürfen, wie Mediciner, Chemiker, Techniker der verschiedenen Richtungen etc. Der wissenschaftliche Standpunkt des Buches ist durch die gestellte Aufgabe gegeben; es soll dem Studirenden, der sich in der Regel in den ersten Semestern mit dem Studium der Physik beschäftigt, einen Ueberblick über den jetzigen Stand der Physik geben. Die mathematischen Vorkenntnisse, welche vorausgesetzt sind, sind deshalb diejenigen, welche Gymnasium und Realschule bei ernstlichem Studium der diesen Schulen zugewiesenen Aufgaben ihren Abiturienten geben. Davon ausgehend sind die wenigen Sätze der Differential- und Integral-Rechnung, welche bei einer wissenschaftlichen Behandlung der Physik unentbehrlich sind, an denjenigen Stellen des Buches, wo sie gebraucht werden, kurz abgeleitet.

Dem Zwecke des Buches entsprechend ist näheres Eingehen auf die Details vermieden, es sind keine Zahlentabellen gegeben und die Methoden der Untersuchung nur so weit behandelt, dass der Studirende erkennen kann, wie die Resultate gewonnen worden sind.

Literaturangaben sind nicht gemacht; wer diese sowie ein Eingehen auf die Details sucht, findet das Erforderliche in des Verfassers Lehrbuche der Experimentalphysik.






DATE DUE
TIMOSHENKO COLLECTION
IN HOUSE USE ONLY

